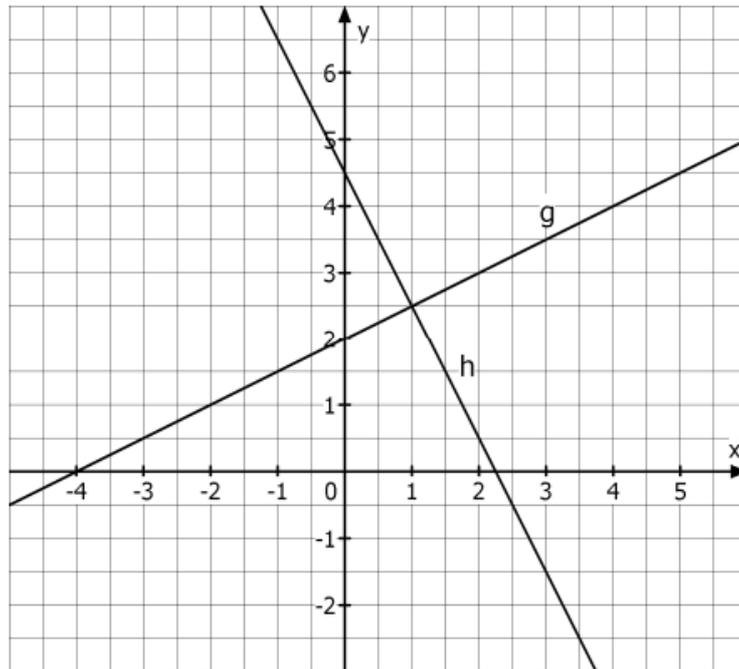


Lösungen Probearbeit 9 E Kurs - LGS

Nr. 1



Die Koordinaten des Schnittpunktes lauten $S(1/2, 2,5)$.

Rechnerische Kontrolle:

$$\begin{array}{l} \text{Lösung des Gleichungssystems} \\ y = 0,5x + 2 \\ y = -2x + 4,5 \end{array}$$

Mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens folgt: $0,5x + 2 = -2x + 4,5 \Leftrightarrow 2,5x = 2,5 \Leftrightarrow x = 1$
Einsetzen von $x = 1$ in eine der Gleichungen ergibt $y = 0,5 + 2 = 2,5$.

Somit lautet die Lösungsmenge $L = \{(1/2, 2,5)\}$ und dies sind die Koordinaten des Schnittpunktes.

Nr. 2

a) Man kann die Gleichungen sofort addieren und erhält:

$$\begin{array}{l} 10x = 30 \\ x = 3 \end{array}$$

Wenn man das z.B. in die 2. Gleichung einsetzt erhält man:

$$\begin{array}{l} 8x + 3y = 11 \\ 8 \cdot 3 + 3y = 11 \\ 24 + 3y = 11 \\ 3y = -13 \\ y = -4,333 \end{array}$$

b)

Damit das Additionsverfahren angewandt werden kann, müssen in beiden Gleichungen entweder vor x oder vor y die gleiche Zahl mit unterschiedlichem Vorzeichen stehen.

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 18 \\ 5x - 3y &= 1 \end{aligned}$$

Damit bei diesem Gleichungssystem vor y dieselbe Zahl steht, wird die 1. Gleichung mit 3 und die 2. Gleichung mit 4 durchmultipliziert.

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 18 & | \cdot 3 \\ 5x - 3y &= 1 & | \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{Daraus folgt} \\ 9x + 12y = 54 \\ 20x - 12y = 4 \end{array}$$

Addition der beiden Gleichungen ergibt: $29x = 58$ (y fällt wie gewünscht weg).

Daraus folgt $x = 2$.

Einsetzen von $x = 2$ in die 1. Ausgangsgleichung liefert: $3 \cdot 2 + 4y = 18 \Rightarrow y = 3$

Die Lösungsmenge lautet $L = \{(2/3)\}$.

Nr. 3

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x + 2y &= 20 \\ y &= x - 2 \end{aligned}$$

Man setzt die zweite Gleichung in die erste ein, weil dort schon nach y aufgelöst ist.

$$\begin{aligned} 2x + 2(x - 2) &= 20 \\ 2x + 2x - 4 &= 20 \\ 4x &= 24 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Das kann man nun in die zweite Gleichung einsetzen und erhält $y = 4$.

b)

$$\begin{aligned} x + 5y + 13 &= 0 \\ 2x - 7y &= 25 \end{aligned}$$

Die erste Gleichung wird nach x aufgelöst: $x = -5y - 13$ (*)

$$\begin{aligned} \text{Einsetzen von (*) in die zweite Gleichung: } 2 \cdot (-5y - 13) - 7y &= 25 \Leftrightarrow -10y - 26 - 7y = 25 \\ &\Leftrightarrow y = -3 \end{aligned}$$

Einsetzen von $y = -3$ in (*) liefert $x = 15 - 13 = 2$

Lösungsmenge $L = \{(2 / -3)\}$

Nr. 4 Zahlenrätsel

Wenn man den Text genau liest erhält man mit dem ersten Satz die Gleichung:

$$x + 7 = 2y$$

Und der zweite Satz bedeutet:

$$y - 5 = \frac{1}{3}x$$

Zügig lässt sich das mit dem Additionsverfahren lösen. Dazu ordnet man die Gleichungen erst:

$$\begin{array}{r} x - 2y = -7 \\ -\frac{1}{3}x + y = 5 \end{array}$$

Der Bruch stört. Also multipliziert man die zweite Gleichung komplett mit 3.

$$\begin{array}{r} x - 2y = -7 \\ -x + 3y = 15 \end{array}$$

Jetzt Addieren. Praktischerweise erhält man dadurch sofort eine Lösung.

$$\mathbf{y = 8}$$

Diese setzt man z.B. in die erste Gleichung ein und erhält

$$x - 2 \cdot 8 = -7$$

$$\mathbf{x = 9.}$$

Nr. 5

Unendlich viele Lösungen besitzt ein LGS dann, wenn es in Wirklichkeit eine Gleichung ist.

Das Gleichungssystem wird mit Hilfe des Additionsverfahrens gelöst.

Zunächst können die Zahlen im Gleichungssystem dadurch vereinfacht werden, dass die erste Gleichung durch 4 dividiert wird und die zweite Gleichung durch 5:

$$\begin{array}{rcl} 12x - 8y = 28 & |:4 & \\ 15x - 10y = 35 & |:5 & \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcl} 3x - 2y = 7 & & \\ 3x - 2y = 7 & & \end{array}$$

Man erkennt schon jetzt, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen besitzt, da beide Gleichungen identisch sind.

Man könnte noch die erste Gleichung mit (-1) durchmultiplizieren und anschließend die Gleichungen addieren:

$$\begin{array}{rcl} -3x + 2y = -7 & & \\ 3x - 2y = 7 & & \end{array}$$

Addition der Gleichungen ergibt $0 = 0$, woraus sich ebenfalls ergibt dass es unendlich viele Lösungen gibt.

Lösungspaar 1: Vorgabe von $x = 1$ liefert $3 - 2y = 7 \Rightarrow y = -2$ also (1/-2)

Lösungspaar 2: Vorgabe von $x = 0$ liefert $0 - 2y = 7 \Rightarrow y = -3,5$ also (0/-3,5)

Nr. 6

Da nach Anzahlen der Autos und Motorräder gefragt ist stehen die Variablen genau dafür.

x : Anzahl der Autos

y : Anzahl der Motorräder (es ist nicht falsch, auch anders herum zu wählen)

Die Gleichungen lauten dann

$$x + y = 55$$

$$4x + 2y = 190.$$

Einsetzungsverfahren oder Additionsverfahren bieten sich hier an, da man die Gleichung 1 nur ein wenig verändern muss.

Man erhält die Lösung $x = 40$ und $y = 15$.

Es gibt also 40 Autos und 15 Motorräder.