Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

prüfungen.
M GE EK HT A 2011

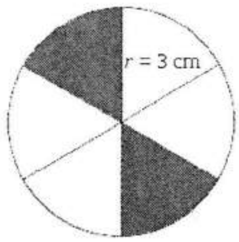
Name: ________________________________ Klasse: _________

Zentrale Prüfungen 2011

Mathematik, Gesamtschule (Erweiterungskurs)

Prüfungsteil 1: Aufgabe 1

a) Berechne den Flächeninhalt der grauen Fläche.



b) Wie lang der Bremsweg von Autos ist, hängt vor allem von der gefahrenen Geschwindigkeit ab. Für gute Straßenverhältnisse gibt es eine Faustformel:

Teile die gefahrene Geschwindigkeit (in km/h) durch 10 und quadriere das Ergebnis, so erhältst du den Bremsweg (in m).

Dennis berechnet mithilfe einer Tabellenkalkulation verschiedene Bremswege nach der Faustformel:

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Geschwindigkeit [in km/h]**	10	25	50	100	150	200
2	**Bremsweg [in m]**	1	6,25				

(1) Ergänze die fehlenden Werte.

(2) Gib für C2 eine geeignete Formel an.

c) Beurteile jeweils, ob die folgenden Aussagen wahr sind, und gib eine Begründung bzw. ein Gegenbeispiel an.

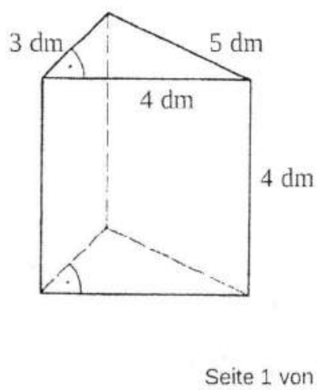
(1) „Jede Gleichung hat mindestens eine Lösung."

(2) „Wenn man in einem Produkt von zwei natürlichen Zahlen beide Faktoren verdoppelt, so ist das neue Produkt stets durch 4 teilbar."

d) Die Abbildung zeigt ein Prisma (Säule) mit einem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche.

(1) Zeichne ein Netz des Prismas in einem geeigneten Maßstab. Gib den verwendeten Maßstab an.

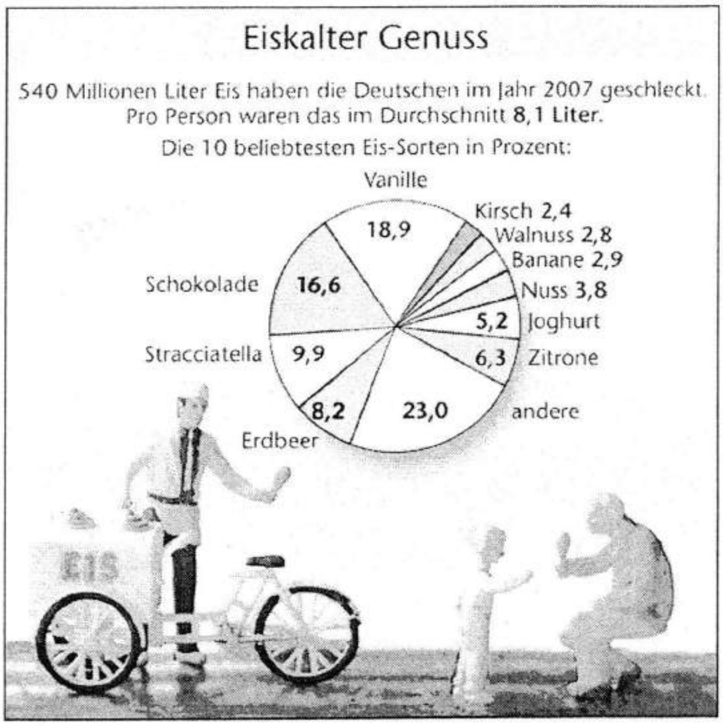
(2) Berechne das Volumen des Prismas.



Name: ______________________________ Klasse: ________

[Fortsetzung von Aufgabe 1]

e) Der folgende Zeitungsausschnitt zeigt, wie viel Eis und welche Sorten im Jahr 2007 in Deutschland gegessen worden sind.



(1) Welche Eis-Sorte wurde 2007 am meisten gegessen?

(2) Wie viele Liter Erdbeer-Eis wurden 2007 gegessen? Notiere deine Rechnung.

(3) Wie viele Deutsche gab es dem Zeitungsausschnitt zufolge im Jahr 2007? Notiere deine Rechnung.

Name: ___________________________________ Klasse: _________

Prüfungsteil 2: Aufgabe 2

Der Betreiber eines Kinos mit durchschnittlich 450 Besuchern pro Tag möchte selbst Popcorn herstellen. Er kauft eine Popcorn-Maschine für 280 €. Pro Portion Popcorn benötigt man 50 g Mais, der in 10-kg-Packungen für jeweils 22 € gekauft werden kann. Zusätzlich entstehen für 100 Portionen noch 10 € Nebenkosten (für Öl, Zucker, Salz und Strom).

a) Im Preis für 10 kg Mais sind 7 % Mehrwertsteuer enthalten.
Wie viel kosten 10 kg Mais ohne Mehrwertsteuer? Notiere deine Rechnung.

b) Zeige, dass das Kino für jeweils 100 Portionen Popcorn mit Kosten von 21 € (für den Mais und die oben angegebenen Nebenkosten) rechnen muss.

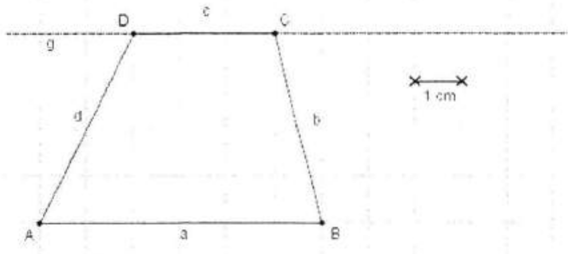
Berücksichtigt man die Anschaffungskosten für die Popcorn-Maschine, dann können die gesamten Kosten für x Portionen Popcorn mit der Funktionsgleichung $k(x) = 280 + 0{,}21 \cdot x$ berechnet werden. Bei einem Verkaufspreis von 2,50 € können die Einnahmen mit der Funktionsgleichung $e(x) = 2{,}5 \cdot x$ berechnet werden.

c) Zeichne beide Funktionen in ein Koordinatensystem ein.

d) Berechne, ab welcher Anzahl verkaufter Portionen Popcorn die Einnahmen höher sind als die Kosten.

Name: ______________________________ Klasse: ________

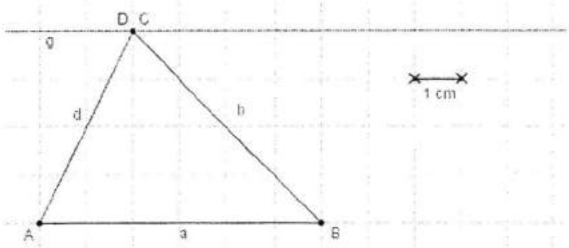
Prüfungsteil 2: Aufgabe 3



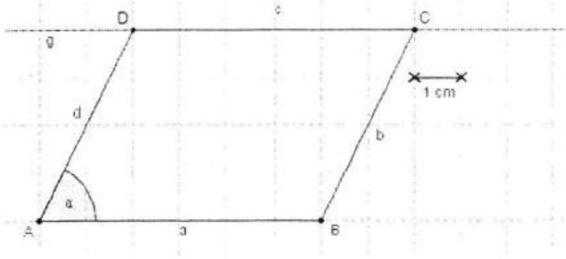
Gegeben ist eine Strecke von A nach B und eine dazu parallele Gerade g. Auf dieser Geraden g befinden sich die beiden Punkte C und D.

a) (1) Bestimme den Flächeninhalt des Trapezes.

(2) Erläutere mithilfe der Zeichnung, wie die Berechnung des Flächeninhalts eines Trapezes auf die Berechnung des Flächeninhalts eines Rechtecks zurückgeführt werden kann.



b) Der Punkt C wird auf den Punkt D gezogen, sodass ein Dreieck entsteht.
Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks.



c) Der Punkt C wird auf der Geraden g so weit gezogen, dass ein Parallelogramm entsteht.

(1) Bestimme den Flächeninhalt des Parallelogramms.

(2) Zeige, dass die Seiten d und b jeweils ca. 4,47 cm lang sind.

(3) Berechne den Winkel α.

d) Emil überlegt: „Man könnte das Parallelogramm und das Dreieck als besondere Trapeze betrachten. Dann muss ich nicht drei Flächenformeln lernen, sondern nur die Trapezformel $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$."
Zeige, wie sich die Flächenformeln für Parallelogramme und Dreiecke aus der Flächenformel für das Trapez herleiten lassen.

Name: ______________________________ Klasse: ________

Prüfungsteil 2: Aufgabe 4

Vom 26. Juni bis zum 17. Juli 2011 findet die Fußball-Weltmeisterschaft der Frauen in Deutschland statt. Die 32 Spiele der WM finden in 9 verschiedenen Städten statt (vgl. Tabelle):

Stadt	Zuschauer-plätze	Anzahl der WM-Spiele
Augsburg	25 597	4
Berlin	74 244	1
Bochum	23 000	4
Dresden	27 190	4
Frankfurt	49 240	4
Leverkusen	30 000	4
Mönchengladbach	46 297	3
Sinsheim	25 641	4
Wolfsburg	25 361	4

a) Bestimme für die neun WM-Stadien die Spannweite und den Median der Zuschauerplätze.

b) Zeige, dass zu den 32 WM-Spielen insgesamt maximal 1 037 251 Zuschauer in die Stadien kommen können.

c) In einer Pressemitteilung steht:

> Der Deutsche Fußball-Bund (DFB) als Veranstalter kalkuliert bei den 32 Spielen mit einer durchschnittlichen Auslastung von 80 Prozent, was einem Zuschauerschnitt pro Spiel von 25 000 entspricht. Insgesamt rechnet der DFB mit Erlösen in Höhe von 27 Millionen Euro aus dem Verkauf der Eintrittskarten.

(1) Von welchem durchschnittlichen Preis pro Eintrittskarte geht die Pressemitteilung aus? Notiere deine Rechnung.

(2) Überprüfe die Angabe zum Zuschauerschnitt anhand der Daten aus der Tabelle.

An einem Schülerinnen-Turnier nehmen 16 Schulen teil, die die 16 WM-Mannschaften repräsentieren sollen. Aus Zeitgründen wird aber keine Vorrunde, sondern direkt nach dem „K.-o.-System" gespielt: Wer ein Spiel gewinnt, bleibt im Turnier. Wer verliert, scheidet aus. Die Begegnungen des Turniers werden ausgelost.

d) (1) Wie viele Spiele müssen insgesamt bei diesem Turnier gespielt werden? Begründe deine Antwort.

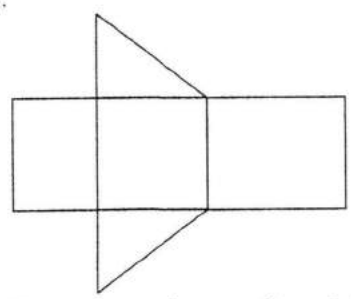
(2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Mannschaft „Deutschland" in der ersten Runde die Mannschaft „Brasilien" als Gegner zugelost wird?

Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Prüfungen 2011

Mathematik, Gesamtschule (Erweiterungskurs)

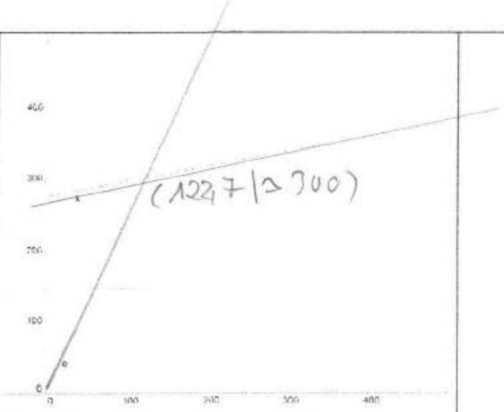
Prüfungsteil 1: Aufgabe 1

<table>
<tr><th></th><th>Kriterien: Der Prüfling …</th><th>Beispiellösung:</th><th>Punkte:</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>erfasst die geometrische Situation</td><td>„Zwei Sechstel des Kreises sind gefärbt.“</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>berechnet den gesuchten Flächeninhalt</td><td>$\pi \cdot (3\ \text{cm})^2 : 3 = 9{,}424\ldots\ \text{cm}^2 \approx 9{,}42\ \text{cm}^2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist</td><td>(2)</td></tr>
<tr><td>b(1)</td><td>ergänzt die fehlenden Werte</td><td><table><tr><td>…</td><td>50</td><td>100</td><td>150</td><td>200</td></tr><tr><td></td><td>25</td><td>100</td><td>225</td><td>400</td></tr></table></td><td>2</td></tr>
<tr><td>b(2)</td><td>gibt für C2 eine Formel an</td><td>z. B. „<code>= (C1/10)^2</code>“
(Akzeptiert werden Formeln mit Verweisen und angemessener Termstruktur.)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>c(1)</td><td>beurteilt die Aussage</td><td>„Die Aussage ist falsch.“</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>gibt ein Gegenbeispiel an</td><td>„Die Gleichung $x = x + 1$ hat keine Lösung.“</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist</td><td>(2)</td></tr>
<tr><td>c(2)</td><td>beurteilt die Aussage</td><td>„Die Aussage ist richtig.“</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>begründet seine Antwort</td><td>$2 \cdot m \cdot 2 \cdot n = 4 \cdot m \cdot n$
„Da m und n natürliche Zahlen sind, ist $4 \cdot m \cdot n$ auch eine natürliche Zahl und durch 4 teilbar.“</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist</td><td>(3)</td></tr>
<tr><td>d(1)</td><td>zeichnet ein maßstabsgerechtes Netz</td><td>z. B.
</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>gibt den gewählten Maßstab an</td><td>(Die Proportionen der jeweiligen Seitenlängen müssen mit den Proportionen des Originals übereinstimmen.)
z. B. „1 : 10“
(Der Maßstab muss zur Zeichnung passen.)</td><td>1</td></tr>
</table>

d(2)	erfasst die geometrische Situation	$V_{\text{Prisma}} = A_{\text{Dreieck}} \cdot h_{\text{Prisma}}$	1
	berechnet das Volumen des Prismas	$= (3\text{ dm} \cdot 4\text{ dm} : 2) \cdot 4\text{ dm} = 24\text{ dm}^3$	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(2)
e(1)	gibt die gesuchte Eis-Sorte an	„2007 wurde Vanille-Eis am meisten gegessen."	1
e(2)	entnimmt der Graphik die relevanten Informationen	Gesamtverbrauch: 540 Millionen Liter; Anteil Erdbeer-Eis: 8,2 %	1
	berechnet die gesuchte Menge	$540 \cdot 0{,}082 = 44{,}28$ „2007 wurden etwa 44 Millionen Liter Erdbeer-Eis gegessen."	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(2)
e(3)	entnimmt der Graphik die relevanten Informationen	8,1 Liter Eis im Durchschnitt; Gesamtverbrauch: 540 Millionen Liter	1
	berechnet die gesuchte Anzahl	$540 : 8{,}1 = 66{,}666\ldots$	1
	gibt die gesuchte Anzahl gerundet an	„Der Graphik zufolge gab es etwa 66,7 Millionen Deutsche im Jahr 2007."	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(3)
		Summe Aufgabe 1:	22

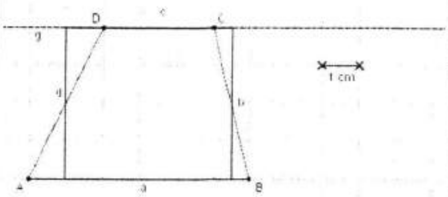
Prüfungsteil 2: Aufgabe 2

	Kriterien: Der Prüfling …	**Beispiellösung**:	**Punkte**:
a)	übersetzt die Fragestellung in eine Rechnung	$22{,}00 : 1{,}07 = 20{,}560\ldots$	2
	gibt den gesuchten Preis gerundet an	„10 kg Mais kosten ohne Mehrwertsteuer 20,56 €."	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(3)
b)	entnimmt dem Text die relevanten Informationen	10 € Nebenkosten für 100 Portionen; 50 g Mais pro Portion; 22,00 € pro 10 kg Mais	1
	berechnet die gesamten Kosten für Mais und Nebenkosten	$10\text{ kg} : 0{,}05\text{ kg} = 200$ $(22\text{ €} : 200) \cdot 100 = 11\text{ €}$ $10\text{ €} + 11\text{ €} = 21\text{ €}$	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(4)

c)	stellt beide Funktionen in einem Koordinatensystem dar	 (Im Unterricht vereinbarte Konventionen sollten eingehalten werden.)	6
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(6)
d)	übersetzt die Fragestellung in einen Ansatz	„Die gesuchte Anzahl kann durch Berechnung der Schnittstelle der beiden Geraden, z. B. durch Gleichsetzen, bestimmt werden."	2
	berechnet die Schnittstelle der beiden Funktionen	$280 + 0{,}21 \cdot x = 2{,}5 \cdot x$ $280 = 2{,}29 \cdot x$ $x = 122{,}27\ldots$	2
	interpretiert das Ergebnis im Kontext	„Ab der 123. verkauften Portion Popcorn sind die Einnahmen höher als die hier berücksichtigen Kosten."	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(5)
		Summe Aufgabe 2:	**18**

Prüfungsteil 2: Aufgabe 3

	Kriterien: Der Prüfling ...	**Beispiellösung**:	**Punkte**:
a(1)	entnimmt dem Text und der Abbildung relevante Informationen	$a = 6$ cm; $h = 4$ cm; $c = 3$ cm	1
	berechnet den gesuchten Flächeninhalt	$4\text{ cm} \cdot (6\text{ cm} + 3\text{ cm}) : 2 = 18\text{ cm}^2$	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(3)

a(2)	zeichnet ein geeignetes flächengleiches Rechteck ein		2
	erläutert damit die Rückführung der Berechnung	„In der Zeichnung wird auf beiden Seiten des Trapezes ein Dreieck abgeschnitten und wieder angefügt, sodass das eingezeichnete Rechteck entsteht. Dessen eine Seite ist so lang wie die Höhe des Trapezes, die andere ergibt sich als Mittel der Trapezseiten *a* und *c*.“	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(4)
b)	entnimmt dem Text und der Abbildung relevante Informationen	$a = 6$ cm; $h = 4$ cm	1
	berechnet den gesuchten Flächeninhalt	6 cm · 4 cm : 2 = 12 cm^2	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(2)
c(1)	entnimmt dem Text und der Abbildung relevante Informationen	$a = 6$ cm; $h = 4$ cm	1
	berechnet den gesuchten Flächeninhalt	6 cm · 4 cm = 24 cm^2	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(2)
c(2)	erfasst die geometrische Situation	$d^2 = b^2 = 4^2 + 2^2$	2
	berechnet die gesuchten Seitenlängen	$d = b = \sqrt{20} = 4,472...$ „Die beiden Seiten sind jeweils ca. 4,47 cm lang.“	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(4)
c(3)	erfasst die geometrische Situation	$\sin(\alpha) \approx \frac{4}{4,47}$	2
	berechnet den gesuchten Winkel	$\alpha \approx 63,489...° \approx 63,5°$	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(3)

d)	leitet die Flächenformel für Parallelogramme her	„Ein Parallelogramm kann als Trapez mit $a = c$ betrachtet werden. Durch Einsetzen in die gegebene Formel erhält man $A = a \cdot h$."	2
	leitet die Flächenformel für Dreiecke her	„Ein Dreieck kann als Trapez mit $c = 0$ betrachtet werden. Durch Einsetzen in die gegebene Formel erhält man $A = \frac{a}{2} \cdot h$."	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(4)
		Summe Aufgabe 3:	22

Prüfungsteil 2: Aufgabe 4

	Kriterien: Der Prüfling …	**Beispiellösung**:	**Punkte:**
a)	bestimmt die Spannweite	51 244	2
	bestimmt den Median	27 190	2
b)	entnimmt der Tabelle die relevanten Informationen	Zuschauerzahlen und Spielanzahlen lt. Tabelle	1
	bestätigt die maximale Zuschauerzahl	$4 \cdot 25\,597 + 74\,244 + 4 \cdot 23\,000$ $+ 4 \cdot 27\,190 + 4 \cdot 49\,240 + 4 \cdot 30\,000$ $+ 3 \cdot 46\,297 + 4 \cdot 25\,641 + 4 \cdot 25\,361$ $= 1\,037\,251$	2
c(1)	entnimmt dem Text die relevanten Informationen	32 Spiele; 25 000 Zuschauerschnitt; 27 Millionen €	1
	berechnet die zugrunde liegende Zuschauerzahl	$32 \cdot 25\,000 = 800\,000$	1
	berechnet den gesuchten Durchschnittspreis	$27\,000\,000 : 800\,000 = 33{,}75$ „Die Pressemitteilung geht von einem durchschnittlichen Kartenpreis von 33,75 € aus."	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(3)
c(2)	entnimmt dem Text die relevanten Informationen	maximale Zuschauerzahl: 1 037 251; Auslastung: 80 %	1
	berechnet die durchschnittliche Zuschauerzahl bei einer Auslastung von 80 %	$0{,}8 \cdot 1\,037\,251 : 32 = 25\,931{,}275$	2
	bezieht das Ergebnis auf die Pressemitteilung	z. B. „Bei einer Auslastung von 80 % kommen pro Spiel fast 26 000 Zuschauer. Das sind ca. 1 000 mehr als in der Pressemitteilung angegeben wird."	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(4)

d(1)	gibt die gesuchte Anzahl an	„Bei diesem Turnier müssen 15 Spiele gespielt werden." (Wenn ein Spiel um den 3. Platz berücksichtigt wird, wird auch „16 Spiele" akzeptiert.)	2
	begründet seine Antwort	„Bei jedem ‚K.-o.-Spiel' scheidet eine Mannschaft aus. Nach 15 Spielen ist nur noch eine Mannschaft, der Turnier-Sieger, übrig."	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(4)
d(2)	gibt die gesuchte Wahrscheinlichkeit an	$\frac{1}{15}$	2
		Summe Aufgabe 4:	**20**

Umgang mit Maßeinheiten

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

O nie (0 Punkte)
O selten (1 Punkt)
O oft (2 Punkte)
O immer (3 Punkte)

Darstellungsleistung

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

O nie (0 Punkte)
O selten (2 Punkte)
O oft (4 Punkte)
O immer (6 Punkte)

Übersicht über die Punkteverteilung		
Prüfungsteil 1	**Aufgabe 1**	**22**
Prüfungsteil 2	**Aufgabe 2**	**18**
	Aufgabe 3	**22**
	Aufgabe 4	**20**
Umgang mit Maßeinheiten		**3**
Darstellungsleistung		**6**
Gesamtpunktzahl		**91**

Notentabelle	
Punkte	**Note**
79 – 91	**sehr gut**
66 – 78	**gut**
54 – 65	**befriedigend**
41 – 53	**ausreichend**
16 – 40	**mangelhaft**
0 – 15	**ungenügend**

Name: ____________________

Klasse: ________

Zentrale Prüfungen 2015 – Mathematik

Realschule / Gesamtschule (Erweiterungskurs) / Hauptschule (Klasse 10 Typ B)

Prüfungsteil I

Aufgabe 1

Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründe deine Antwort.

a) $7 \cdot 3^2$ ist kleiner als $(7 \cdot 3)^2$.

b) 10^3 ist das Zehnfache von 10^2.

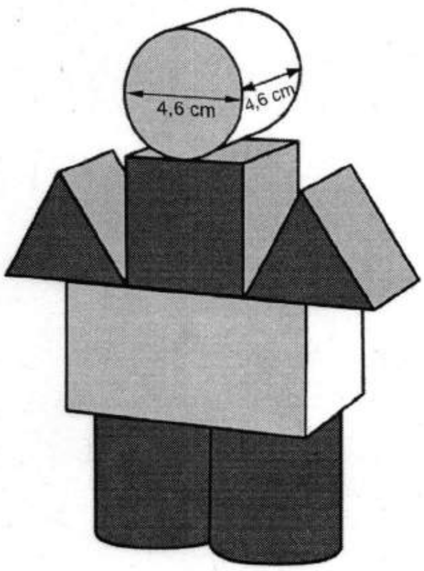
c) -4 ist das Gleiche wie $(-2)^2$.

Aufgabe 2

Maditas kleine Schwester hat aus ihren Bauklötzen eine Figur gebaut.

a) Welche geometrischen Körper bilden die Figur? Kreuze an.

	enthalten	nicht enthalten
Würfel		
Quader		
Kegel		
Kugel		
Zylinder		
Pyramide		
Dreiecksprisma		



b) Berechne das Volumen des Kopfes der Figur.

Aufgabe 3

Bei einer insgesamt 55 km langen Wanderung war die Strecke am ersten Tag um 4 km länger als am zweiten Tag und am dritten Tag um 9 km kürzer als am zweiten Tag.

Wie lang waren die drei Strecken? Notiere deinen Lösungsweg.

Aufgabe 4

Nina möchte jedes Jahr 500 € auf ihr Konto einzahlen (jährlicher Sparbetrag). Um ihren Sparplan für mehrere Jahre zu berechnen, nutzt sie ein Tabellenkalkulationsprogramm.

	A	B	C	D
1	Jährlicher Sparbetrag:		500,00 €	
2	Zinssatz:		[redacted]	
3				
4	Jahr	Kapital am Jahresanfang in €	Jahreszinsen in €	Kapital am Jahresende in €
5	1	500, 00	7, 50	507, 50
6	2	1 007, 50	15, 11	1 022, 61
7	3	1 522, 61	22, 84	1 545, 45
8	4	2 045, 45	30, 68	2 076, 13
9	5	2 576, 13	38, 64	2 614, 77
10	6	3 114, 77	46, 72	3 161, 49

a) Wie hoch ist der Zinssatz?

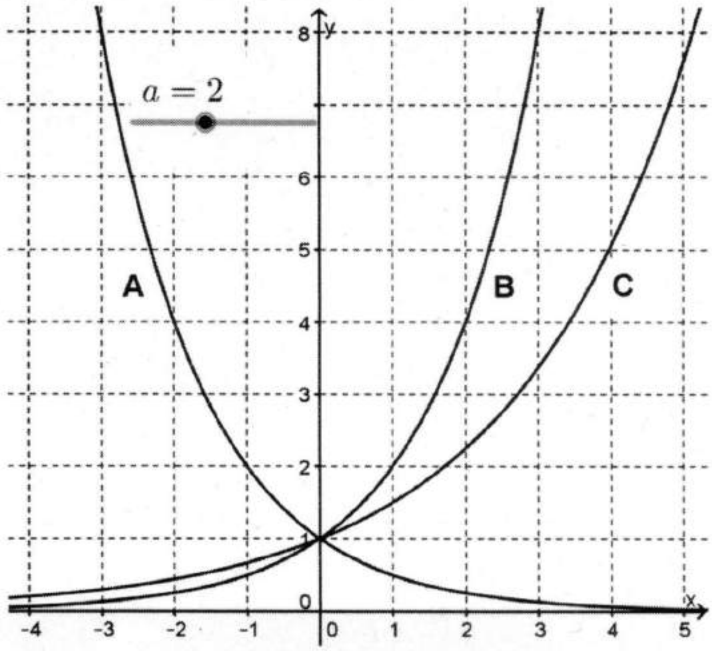
b) Was könnte Nina mit der Formel „`=SUMME(C5:C10)`“ berechnen? Beschreibe.

c) Mit welcher Formel kann Nina das Kapital am Jahresanfang im 6. Jahr (`B10`) berechnen lassen?

Aufgabe 5

Sina hat mithilfe einer dynamischen Geometriesoftware mehrere Funktionen der Form $y = a^x$ dargestellt. Dazu hat sie mit einem Schieberegler die Werte für a verändert.

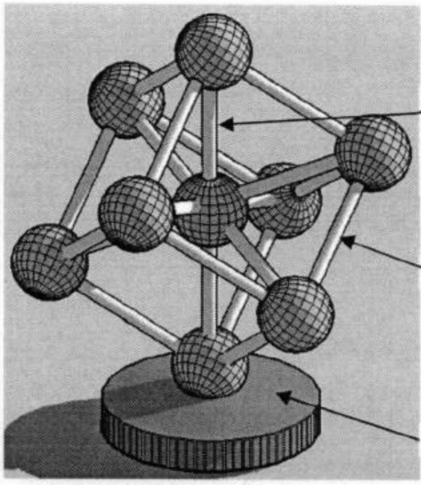
Welcher Graph (A, B oder C) gehört zu dem am Schieberegler eingestellten Wert $a = 2$?



Prüfungsteil II

Aufgabe 1: Atomium

Das Atomium ist ein Gebäude in Brüssel, das zur Weltausstellung 1958 errichtet wurde. Das würfelförmige Gerüst aus Röhren hat an allen Ecken und in der Mitte eine Kugel. Neben dem Foto siehst du die Konstruktion noch einmal nachgezeichnet.



Das Atomium in Zahlen:	
Durchmesser einer Kugel:	18,00 m
Durchmesser einer Röhre:	3,30 m
Länge einer Außenröhre:	29,00 m
Länge einer inneren Röhre:	23,00 m

a) Wie viele Röhren sind direkt mit der mittleren Kugel verbunden?

b) Zeige mithilfe der Angaben zum Atomium, dass das Gebäude (ohne Sockel) ca. 100 m hoch ist.

c) Mesut behauptet: „Wenn die Röhren mit den Kugeln die Außenkanten des Würfels darstellen, dann hat die Kante eine Länge von mindestens 47 m.“
Beschreibe, wie Mesut zu dieser Behauptung gekommen ist.

d) Berechne das Volumen einer Kugel des Atomiums.

Die Kugeln des Atomiums sind an der Außenseite mit gekrümmten Metallplatten verkleidet. Eine Metallplatte deckt 19,8 m^2 ab.

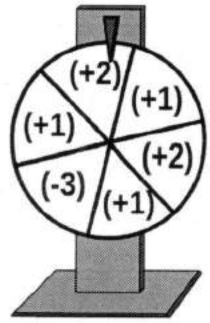
e) Wie viele Metallplatten braucht man für eine Außenkugel ohne Fenster, wenn 8 % der Kugeloberfläche für den Anschluss der Röhren frei bleiben sollen?

f) Mesut möchte das Atomium als Modell bauen. Im Bastelladen findet er Styroporkugeln, die einen Durchmesser von 20 cm haben.
Welche Länge sollte Mesut für die Außenröhren mindestens wählen, damit er das Modell maßstabsgetreu nachbauen kann?

Name: ____________________________________ Klasse: _________

Aufgabe 2: Glücksrad

Die Klasse 9c plant einen Stand für ihr Schulfest. Hierfür haben die Schülerinnen und Schüler ein Glücksrad mit sechs gleich großen Feldern gebaut.



> Regeln:
> Wenn das Glücksrad nach dem Drehen
> - auf (+1) stoppt, gewinnt man 1 Spielchip,
> - auf (+2) stoppt, gewinnt man 2 Spielchips,
> - auf (-3) stoppt, muss man 3 Spielchips abgeben.

a) Leon ist für die Einteilung der Felder verantwortlich. Wie groß muss er die einzelnen Winkel der Felder wählen, damit alle Felder gleich groß sind? Berechne.

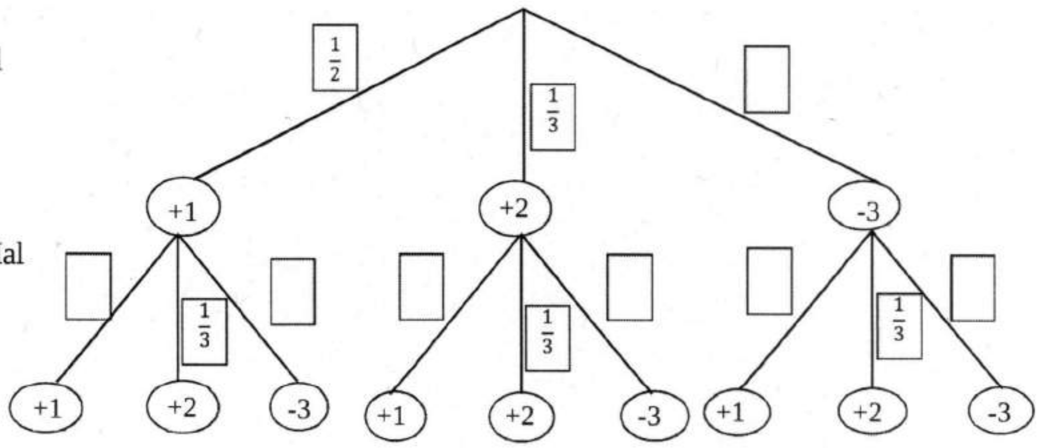
b) Leon dreht das Glücksrad einmal. Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit zwei Spielchips zu gewinnen $\frac{1}{3}$ beträgt.

An dem Stand soll jeder Besucher vor dem Spiel 10 Spielchips erhalten.
Beim Schulfest soll das Glücksrad von den Besuchern *zweimal* nacheinander gedreht werden. Gewinne bzw. Verluste von Chips werden erst nach beiden Drehungen abgerechnet.

c) Ergänze an den Ästen des Baumdiagramms die fehlenden Wahrscheinlichkeiten dafür, dass das Glücksrad bei den einzelnen Feldern stoppt.

Erstes Mal drehen

Zweites Mal drehen



d) Welche Möglichkeiten gibt es dafür, dass ein Schulfestbesucher nach *zweimal* drehen insgesamt zwei Spielchips abgeben muss?
Markiere die Möglichkeiten im Baumdiagramm und gib die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis an.

e) Mira behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit nach *zweimal* drehen Spielchips zu gewinnen beträgt fast 70%." Bestätige diesen Wert durch eine Rechnung.

Mira behauptet: „Wenn man sehr häufig das Glücksrad dreht, bekommt man durchschnittlich je sechsmal drehen vier Spielchips." Sie belegt dies durch die folgende Rechnung:
$-3+1+1+1+2+2=4.$

f) Erläutere Miras Rechnung und begründe, warum diese Rechnung sinnvoll ist.

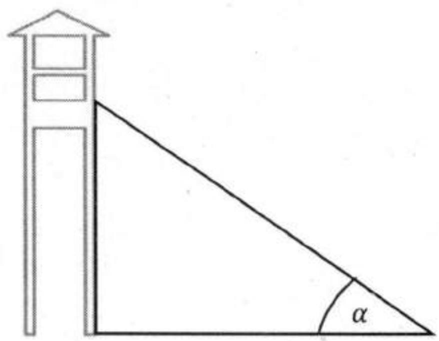
Aufgabe 3: Rutsche

Eine Gemeinde hat dazu aufgerufen, bei der Gestaltung des Spielplatzes mitzuwirken. Die drei Freunde Marla, Tobias und Erkan haben die Idee, eine lange Röhrenrutsche zu bauen.
Marla hat die folgende Rutsche im Urlaub gesehen und fotografiert:

a) Schätze anhand des Fotos ab, wie viel Meter der Einstieg in die Rutsche über dem flachen Ausstieg der Rutsche liegt. Beschreibe dein Vorgehen.

b) Die Röhre hat einen Umfang von 2,40 m. Erkan behauptet: „Ich kann in dem waagerechten Einstieg der Röhrenrutsche aufrecht sitzen." Seine eigene Sitzhöhe beträgt 90 cm. Stimmt seine Behauptung? Begründe deine Antwort mit einer Rechnung.

Die drei Freunde planen nun die Röhrenrutsche für den Spielplatz ebenfalls mit einem geraden Verlauf (siehe Skizze rechts). Der Einstieg in die Rutsche soll in 4 m Höhe erfolgen. Ein Hersteller bietet Rutschen mit einer Länge von 777 cm an.



Auf der Internetseite des Herstellers finden sie den Hinweis:

Achtung Sicherheitsvorgabe:
Der Winkel α darf nicht größer als 35° sein!

c) Wird die Sicherheitsvorgabe für die Rutsche in der Planung der drei Freunde eingehalten? Begründe.

Tobias fürchtet, die geplante Rutsche sei zu langsam und meint, dass eine parabelförmige Rutsche zu Beginn steiler sei und dadurch mehr Spaß bereite. Tobias zeichnet seine Rutsche mit einem Funktionenplotter und legt den Ausstieg als Scheitelpunkt S der Parabel fest (vgl. Abbildung unten).

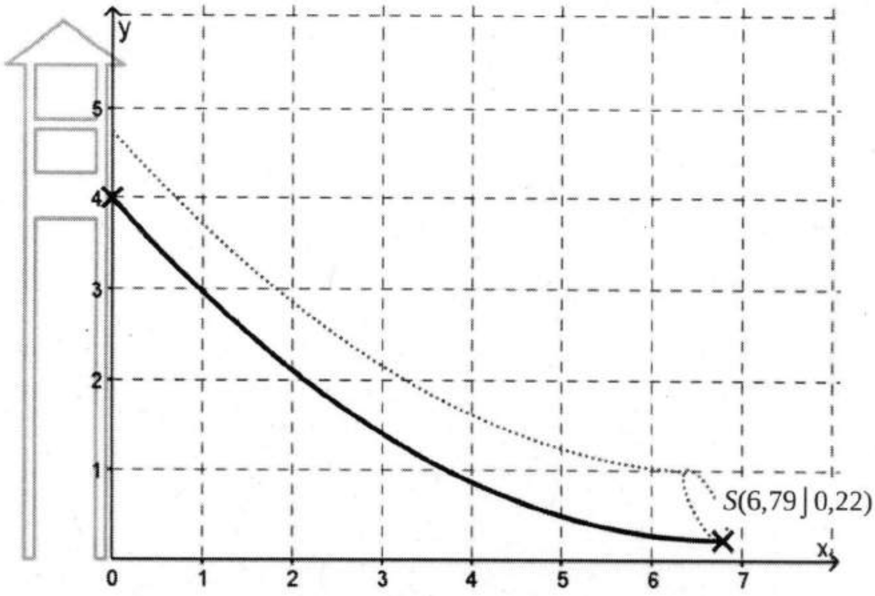


Abbildung: Parabel-Rutsche nach Tobias Vorschlag

d) Zeige rechnerisch, dass der Graph der Funktion mit der Gleichung $f(x) = 0{,}082 \cdot (x - 6{,}79)^2 + 0{,}22$ den Verlauf von Tobias Rutsche beschreibt.

e) Tobias findet bei einem Anbieter eine geeignete Röhre. Diese muss aber stabilisiert werden. Der Hersteller bietet dazu eine 1,66 m hohe Stütze an.
Bestimme die Stelle, an der die Stütze angebracht werden muss. Notiere deinen Lösungsweg.

f) Marla behauptet: „Die Strecke, die man in der parabelförmigen Rutsche zurücklegt, ist länger als die einer geraden Rutsche."
Begründe, warum Marla recht hat.

Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Prüfungen 2015 – Mathematik

Realschule / Gesamtschule (Erweiterungskurs) / Hauptschule (Klasse 10 Typ B)

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 5

<table>
<tr><th rowspan="2">Auf-
gabe</th><th>Kriterien</th><th>Beispiellösung</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td colspan="2">Der Prüfling …</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">1a)</td><td>trifft die richtige Entscheidung und begründet diese.</td><td>Diese Aussage ist wahr,
$7 \cdot (3)^2 = 63 < (7 \cdot 3)^2 = 441$</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">1b)</td><td>trifft die richtige Entscheidung und begründet diese.</td><td>Diese Aussage ist wahr,
da $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^2 \cdot 10$</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">1c)</td><td>trifft die richtige Entscheidung und begründet diese.</td><td>Diese Aussage ist falsch,
da $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">2a)</td><td rowspan="2">erfasst die geometrische Situation.</td><td><table><tr><td>Würfel</td><td>X</td><td></td></tr><tr><td>Quader</td><td>X</td><td></td></tr><tr><td>Kegel</td><td></td><td>X</td></tr></table></td><td>1</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>Kugel</td><td></td><td>X</td></tr><tr><td>Zylinder</td><td>X</td><td></td></tr><tr><td>Pyramide</td><td></td><td>X</td></tr><tr><td>Dreiecksprisma</td><td>X</td><td></td></tr></table></td><td>1</td></tr>
<tr><td>2b)</td><td>berechnet das Volumen des Kopfes.</td><td>Der Kopf ist ein Zylinder, daher:
$V = \pi \cdot 2{,}3^2 \cdot 4{,}6 = 76{,}447 \ldots$
Der Kopf hat ein Volumen von etwa 76 cm³.</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>wählt einen geeigneten Ansatz.</td><td>$55 = (x + 4) + x + (x - 9)$, also $55 = 3x - 5$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>bestimmt die gesuchten Längen.</td><td>Zweite Strecke: $x = 20$
Erste Strecke: $x + 4 = 24$
Dritte Strecke: $x - 9 = 11$
Die erste Strecke war 24 km lang, die zweite 20 km und die dritte 11 km lang.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)</td><td></td></tr>
<tr><td>4a)</td><td>wählt ein geeignetes Wertepaar und berechnet den Zinssatz.</td><td>$7{,}50 : 500 = \frac{1{,}5}{100} = 1{,}5\ \%$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>4b)</td><td>beschreibt die Bedeutung der Formel.</td><td>Die Werte aus den Zellen C5 bis C10 werden addiert. Dies entspricht den Zinsen der gesamten sechs Jahre.</td><td>1</td></tr>
</table>

4c)	gibt eine passende Formel für B10 an.	`=D9+C1` *(Akzeptiert werden Formeln mit Zellbezügen und angemessener Termstruktur.)*	1
5	ordnet den richtigen Graphen zu.	Der Graph B gehört zu der Einstellung des Schiebereglers $a = 2$.	1
		Summe Prüfungsteil I	**19**

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Atomium

Aufgabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling ...		
a)	bestimmt die Anzahl der Röhren.	Acht Röhren sind mit der mittleren Kugel verbunden.	2
b)	wählt einen geeigneten Ansatz.	3 Kugeln und 2 innere Röhren	1
	bestätigt die Höhe des Gebäudes.	$3 \cdot 18 + 2 \cdot 23 = 54 + 46 = 100$ Das Gebäude ist 100 m hoch.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
c)	beschreibt einen geeigneten Weg.	Mesut hat die Längen einer „halben Kugel", einer Außenröhre und einer weiteren „halben Kugel" addiert: $9 + 29 + 9 = 47$ Die Länge einer Kante ist also 47 m.	2 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
d)	wählt einen geeigneten Ansatz.	Radius: 9 m Volumen einer Kugel: $V = \frac{4}{3}\pi\, r^3$	1
	bestätigt das Volumen der Kugel durch eine Rechnung.	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 9^3 m^3 = 3053{,}6 \ldots m^3 \approx 3054\ m^3$	2
e)	berechnet die Anzahl der benötigten Elemente.	Oberfläche der Kugel: $4 \cdot \pi \cdot 9^2 = 1017{,}87 \ldots \approx 1018$ Anteil: $8\,\%$ von $1017{,}87 \ldots$ sind $81{,}43 \ldots \approx 81$ $1018 - 81 = 937$ Anzahl der Elemente $937 : 19{,}8 \approx 47{,}32 \ldots$	2 1
	rundet das Ergebnis sinnvoll.	48 Elemente werden für die Verkleidung benötigt.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		

Zentrale Prüfungen 10

f)	wählt einen geeigneten Ansatz.	20 cm $\widehat{=}$ 18 m 1 cm $\widehat{=}$ 0,9 m = 90 cm	1
	berechnet die maßstabsgetreue Länge der Außenröhre.	29 m = 2900 cm $2900 : 90 = 32,\overline{2} \approx 32$ [cm] Im Modell sollten die Außenröhren etwas länger als 32 cm sein.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Aufgabe II.1	**18**

Aufgabe II.2: Glücksrad

Auf-gabe	Kriterien **Der Prüfling …**	Beispiellösung	Punkte
a)	berechnet die Größe des Winkels.	$360° : 6 = 60°$	2
b)	begründet die geforderte Wahrscheinlichkeit.	Das Feld (+2) kommt zweimal vor. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis (+2) ist daher mit 2 von 6 möglichen Feldern $p(+2) = \frac{1}{3}$.	3
c)	ergänzt die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.	Ebene 1: $p(-3) = \frac{1}{6}$ wird am Baumdiagramm ergänzt.	1
		Ebene 2: $p(+1) = \frac{1}{2}$ und $p(-3) = \frac{1}{6}$ werden an allen Pfaden ergänzt.	2
d)	markiert die Möglichkeiten im Baumdiagramm.	*(Im Baumdiagramm sind die beiden Pfade* $(+1;\ -3)$ *und* $(-3;\ +1)$ *markiert.)*	2
	berechnet die Wahrscheinlichkeit.	Mit den Pfadregeln gilt: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$	2
e)	wählt einen geeigneten Lösungsweg.	Mit den Pfadregeln gilt: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{36}$	2
	bestätigt den angegebenen Wert.	$= 69,\overline{4}\ \% \approx 70\%$	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
f)	begründet die Rechnung sinnvoll.	Mira weiß, dass alle Felder gleich groß sind. Deswegen ist es sinnvoll, jedes Ereignis einmal zu berücksichtigen. Sie addiert die möglichen Gewinne und Verluste miteinander und erhält 4 Chips als Ergebnis.	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Aufgabe II.2	**18**

Aufgabe II.3: Rutsche

Aufgabe	Kriterien Der Prüfling …	Beispiellösung	Punkte
a)	trifft geeignete Annahmen.	Das Kind am rechten Bildrand ist etwa 1,3 cm hoch. In der Realität schätze ich das Kind auf etwa 1,50 m. In den Höhenunterschied zwischen dem Einstieg in die Rutsche und dem flachen Ausstieg passt das Kind etwa viermal hinein.	2
	schätzt die Höhe des Turms realistisch ab und notiert sein Vorgehen.	Der Einstieg liegt demnach etwa 6 m über dem Ausstieg der Rutsche. *(Akzeptiert werden Werte, die auf plausiblen Annahmen und angemessenen Begründungen basieren.)*	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
b)	wählt einen geeigneten Lösungsweg.	$2{,}40 \text{ m} = \pi \cdot d$ $d \approx 0{,}76 \text{ m}$.	1
	vergleicht das Ergebnis mit der angegebenen Größe.	$0{,}76 < 0{,}90$ Erkans Behauptung ist falsch, er kann in der Röhre nicht aufrecht sitzen.	2
c)	berechnet den Winkel α.	$\sin(\alpha) = \frac{400}{777}$ $\alpha = 30{,}98° \ldots \approx 31°$	2
	ordnet das Ergebnis richtig in den Kontext ein.	Die Sicherheitsvorgaben werden eingehalten.	1
d)	entnimmt die erforderlichen Informationen.	$E(0 \mid 4)$ und Scheitelpunkt $S(6{,}79 \mid 0{,}22)$	1
	bestätigt, dass die Funktionsgleichung den Verlauf des Graphen beschreibt.	Der Scheitelpunkt von $f(x)$ kann der Funktionsgleichung entnommen werden und stimmt mit den Koordinaten von S überein. Prüfe, ob $(0 \mid 4)$ auch zu $f(x)$ gehört: $f(0) = 0{,}082(-6{,}79)^2 + 0{,}22 = 4{,}000 \ldots \approx 4$ Im Rahmen der angegebenen Stellen beschreibt $f(x)$ den Verlauf der Rutsche.	1 1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
e)	wählt einen geeigneten Ansatz.	Gesucht ist die Stelle, an der $f(x) = 1{,}66$ ist.	1
	bestimmt die gesuchte Stelle.	$1{,}66 = 0{,}082 \cdot (x - 6{,}79)^2 + 0{,}22$ $1{,}44 = 0{,}082 \cdot (x - 6{,}79)^2$ $\pm\sqrt{\frac{1{,}44}{0{,}082}} = x - 6{,}79$ $x_1 = 10{,}98058 \ldots; \quad x_2 = 2{,}59941 \ldots$	2
	ordnet den Wert richtig in den Kontext ein.	Die Stütze muss an die Stelle $x \approx 2{,}6$ m eingebaut werden, damit sie die Rutsche unterstützen kann.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		

f)	begründet seine Antwort plausibel.	Die erste Rutsche ist eine gerade Strecke. Diese ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten. Da die zweite Rutsche parabelförmig ist, muss sie länger sein.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
		Summe Aufgabe II.3	**19**

Umgang mit Maßeinheiten

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (1 Punkt)
- ☐ oft (2 Punkte)
- ☐ immer (3 Punkte)

Darstellungsleistung

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (2 Punkte)
- ☐ oft (4 Punkte)
- ☐ immer (6 Punkte)

Übersicht über die Punkteverteilung		
Prüfungsteil I	Aufgaben 1 bis 5	19
Prüfungsteil II	Aufgabe 1	18
	Aufgabe 2	18
	Aufgabe 3	19
Umgang mit Maßeinheiten		3
Darstellungsleistung		6
Gesamtpunktzahl		83

Notentabelle	
Punkte	**Note**
72 – 83	sehr gut
61 – 71	gut
49 – 60	befriedigend
37 – 48	ausreichend
15 – 36	mangelhaft
0 – 14	ungenügend

Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit im Fach Mathematik

Realschule / Gesamtschule (Erweiterungskurs) / Hauptschule (Klasse 10 Typ B)

Name: ______________________ Klasse: __________

Schule: ______________________

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 5

Aufgabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK[1] Punktzahl	ZK[1] Punktzahl	DK[1] Punktzahl
	Der Prüfling …				
1a)	trifft die richtige …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
1b)	trifft die richtige …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
1c)	trifft die richtige …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
2a)	erfasst die geometrische …	2			
2b)	berechnet das Volumen …	2			
3	wählt einen geeigneten …	2			
	bestimmt die gesuchten …	2			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
4a)	wählt ein geeignetes …	2			
4b)	beschreibt die Bedeutung …	1			
4c)	gibt eine passende …	1			
5	ordnet den richtigen …	1			
	Summe Prüfungsteil I	**19**			

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Atomium

Aufgabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	bestimmt die Anzahl …	2			
b)	wählt einen geeigneten …	1			
	bestätigt die Höhe …	2			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
c)	beschreibt einen geeigneten …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
d)	wählt einen geeigneten …	1			
	bestätigt das Volumen …	2			
e)	berechnet die Anzahl …	3			
	rundet das Ergebnis …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
f)	wählt einen geeigneten …	1			
	berechnet die maßstabsgetreue …	2			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
	Summe Aufgabe II.1	**18**			

Aufgabe II.2: Glücksrad

Aufgabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	berechnet die Größe …	2			
b)	begründet die geforderte …	3			
c)	ergänzt die fehlenden …	3			
d)	markiert die Möglichkeiten …	2			
	berechnet die Wahrscheinlichkeit.	2			
e)	wählt einen geeigneten …	2			
	bestätigt den angegebenen …	1			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
f)	begründet die Rechnung …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
	Summe Aufgabe II.2	**18**			

[1] EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Aufgabe II.3: Rutsche

Auf-gabe	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	trifft geeignete Annahmen.	2			
	schätzt die Höhe …	1			
	wählt einen anderen …	(3)			
b)	wählt einen geeigneten …	1			
	vergleicht das Ergebnis …	2			
c)	berechnet den Winkel …	2			
	ordnet das Ergebnis …	1			
d)	entnimmt die erforderlichen …	1			
	bestätigt, dass die …	3			
	wählt einen anderen …	(4)			
e)	wählt einen geeigneten …	1			
	bestimmt die gesuchte …	2			
	ordnet den Wert …	1			
	wählt einen anderen …	(4)			
f)	begründet seine Antwort …	2			
	wählt einen anderen …	(2)			
	Summe Aufgabe II.3	**19**			

		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
	Darstellungsleistung	**6**			

Festsetzung der Note

	maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
Prüfungsteil I:				
Aufgaben 1 bis 5	**19**			
Prüfungsteil II:				
Aufgabe 1	**18**			
Aufgabe 2	**18**			
Aufgabe 3	**19**			
Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
Darstellungsleistung	**6**			
Gesamtpunktzahl	**83**			
Paraphe				

Die Prüfungsarbeit wird mit der Note ______________________ bewertet.

Unterschriften, Datum: ______________________________

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

prüfungen.10

M MSA HT A 2015

Name: ______________________________ Klasse: __________

Zentrale Prüfungen 2015 – Mathematik

Realschule / Gesamtschule (Erweiterungskurs) / Hauptschule (Klasse 10 Typ B)

Prüfungsteil I

Aufgabe 1

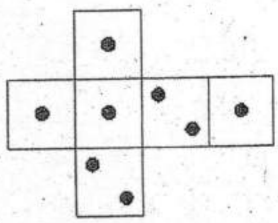
Ordne folgende Zahlen der Größe nach:

10^8; 2^{-1}; $\frac{1}{3}$; 10^{-1}; 2^8

Aufgabe 2

Claude wirft mit einem besonderen Spielwürfel.

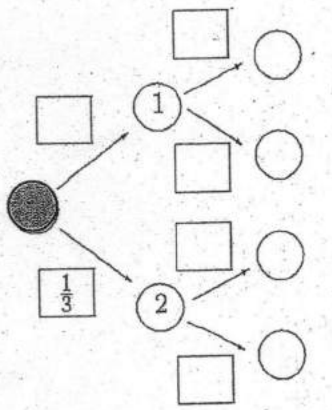
Hier siehst du das Netz des Würfels.



a) Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl „2“ bei einem Wurf mit dem Würfel $\frac{1}{3}$ beträgt.

b) Der Würfel wird zweimal geworfen.
Ergänze in dem Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und Ereignisse.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, zweimal eine „2“ zu würfeln.



Aufgabe 3

Eine zylinderförmige Getränkedose enthält 0,33 l Mineralwasser und hat einen Durchmesser von 67 mm.

Wie hoch ist die Getränkedose mindestens?

Name: ____________________________ Klasse: __________

Aufgabe 4

Löse folgendes Gleichungssystem mit einem geeigneten Verfahren:

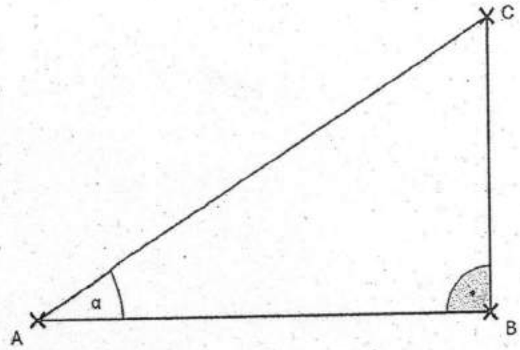
$$(I)\quad 2x + y = 2$$
$$(II)\quad x - 0{,}5y = 2$$

Aufgabe 5

Bei einem Dreieck ABC ist die Seite $\overline{AB}$ 4 cm lang (vgl. Abbildung rechts). Der Winkel α bei dem Punkt A ist 40° groß.

a) Bestimme rechnerisch die Länge der Seite $\overline{AC}$.

b) Bestimme rechnerisch die Länge der Seite $\overline{BC}$.

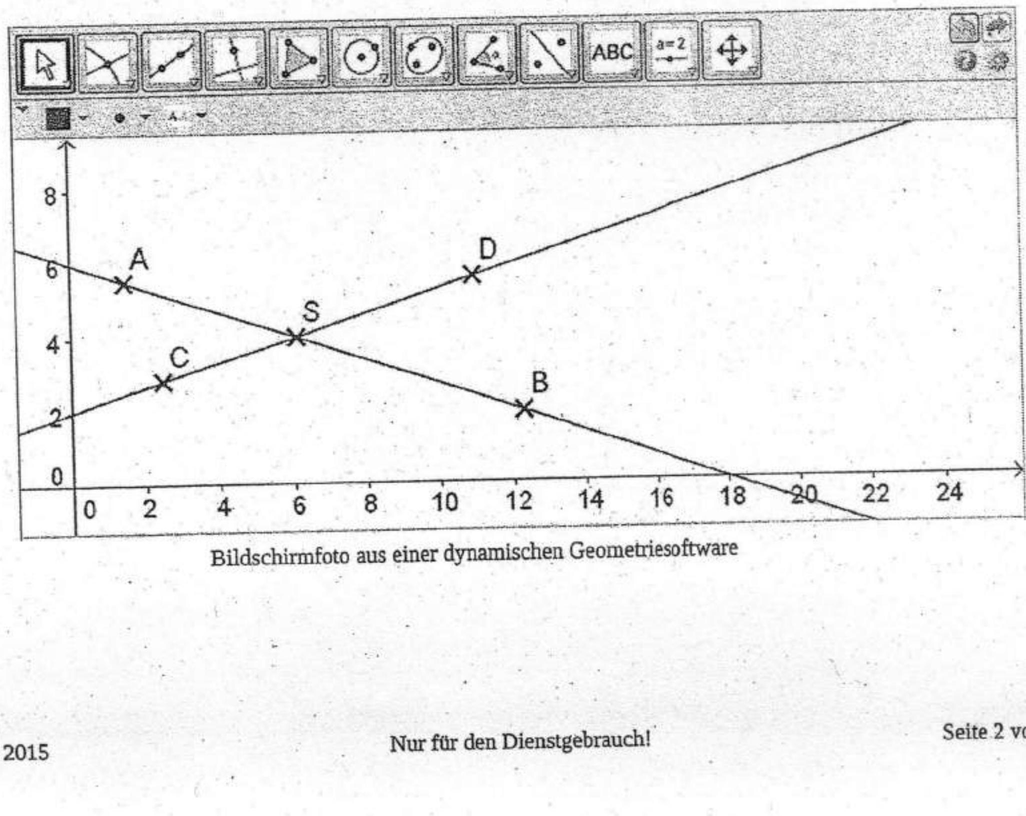


Skizze eines Dreiecks, nicht maßstabsgetreu

Aufgabe 6

Mit einer dynamischen Geometriesoftware werden zwei Geraden durch die Punkte A und B bzw. C und D erzeugt. Die beiden Geraden haben den gemeinsamen Schnittpunkt S (vgl. Abbildung unten).

Was verändert sich, wenn du den Punkt A auf die Koordinaten $(2|\,8)$ verschiebst? Begründe.



Bildschirmfoto aus einer dynamischen Geometriesoftware

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Name: ______________________________ Klasse: __________

Prüfungsteil II

Aufgabe 1: Wandern und Routenplanung

Karla macht Wanderurlaub am Bodensee. Sie plant eine Wanderung in zwei Etappen von Lindau bis Bregenz und von Bregenz zum Brüggelekopf.

Auf der Karte ist die erste Etappe der Wanderung zu sehen: Die Route von Lindau bis nach Bregenz.

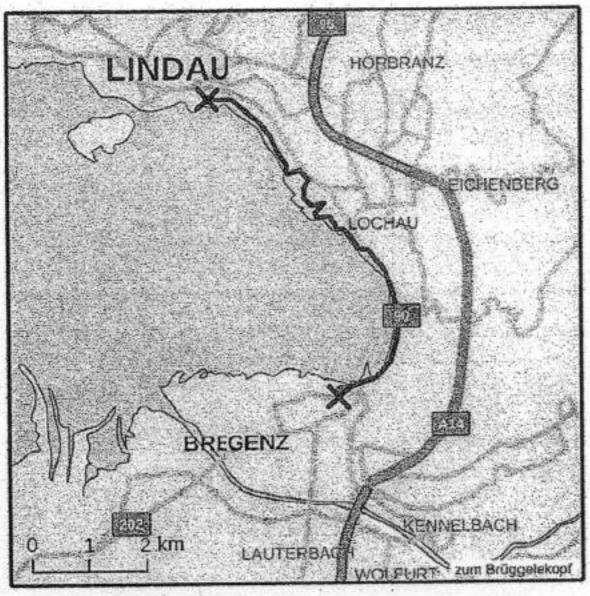


Abbildung 1:
Ausschnitt der Wanderkarte.
Die erste Etappe startet in Lindau und führt bis zur markierten Stelle in Bregenz.

a) Schätze anhand der Karte die Länge der Strecke der ersten Etappe ab. Notiere dein Vorgehen.

Die zweite Etappe der Wanderung von Bregenz bis zum Brüggelekopf plant Karla mithilfe eines *Höhenprofils* (siehe Abbildung unten). Sie möchte wissen, welche Auf- und Abstiege sie bei ihrer Wanderung bewältigen muss. Das Höhenprofil ordnet jedem Punkt des Weges auf der Karte seine Höhe über dem Meeresspiegel zu.

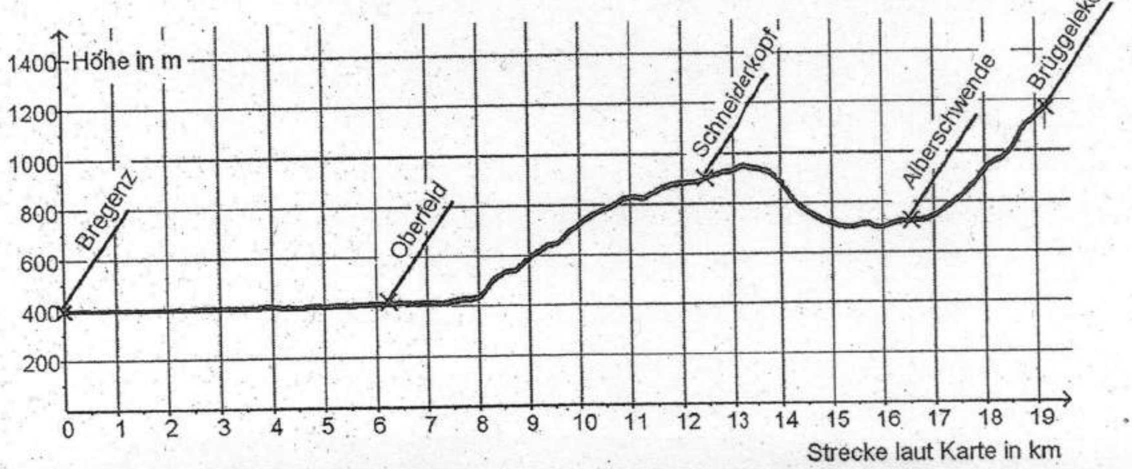


Abbildung 2: Höhenprofil von Bregenz bis zum Brüggelekopf

Karlas Höhenprofil zeigt von Bregenz aus die *Strecke laut Karte in km* und die jeweilige *Höhe in m* an. Der tatsächlich zurückgelegte Weg kann über die Länge des Höhenprofils bestimmt werden.

b) In Oberfeld will Karla ihre erste Pause machen. Entnimm der Abbildung 2 die Länge der Strecke von Bregenz bis Oberfeld.

c) Auf wie viele Meter genau kannst du die Höhe eines Ortes aus der Abbildung 2 ablesen?

d) Das letzte Stück des Weges zwischen Alberschwende und dem Brüggelekopf ist ziemlich steil. Wie viele Meter liegt der Brüggelekopf höher als der Ort Alberschwende?

Auf den letzten 2 km vor dem Brüggelekopf müssen noch 400 m Höhe überwunden werden.

e) Karlas kleiner Bruder behauptet: „Die Strecke, die du wandern musst, ist länger als 2 km." Hat Karlas kleiner Bruder recht? Begründe deine Entscheidung.

f) Steigungen im Gelände werden üblicherweise in Prozent angegeben. Berechne die ungefähre Steigung in Prozent für die letzten 2 km.

Karla möchte abschätzen, wie lange sie ohne Pausen unterwegs sein wird. Sie findet im Internet für die Wanderung von Bregenz zum Brüggelekopf die folgenden Informationen:

Länge der Strecke:	19,2 km
Höhenunterschiede insgesamt:	
Aufstieg:	1019 m
Abstieg:	251 m

„Du gehst auf einer ebenen Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von ca. 4,2 km pro Stunde. Sowohl beim Aufstieg als auch beim Abstieg benötigst du mehr Zeit: Du rechnest für jeden Höhenunterschied von 300 m eine zusätzliche Stunde dazu."

g) Berechne mithilfe der Informationen die ungefähre Wanderzeit (ohne Pausen) von Bregenz bis zum Brüggelekopf.

Name: ______________________________ Klasse: _________

Aufgabe 2: Fallschirmsprung

Andreas möchte einen Fallschirmsprung durchführen. Er informiert sich vorher und findet eine Abbildung, die den Verlauf eines typischen Sprunges annähernd beschreibt. Bei diesem Sprung öffnet sich der Fallschirm in etwa 1500 m.

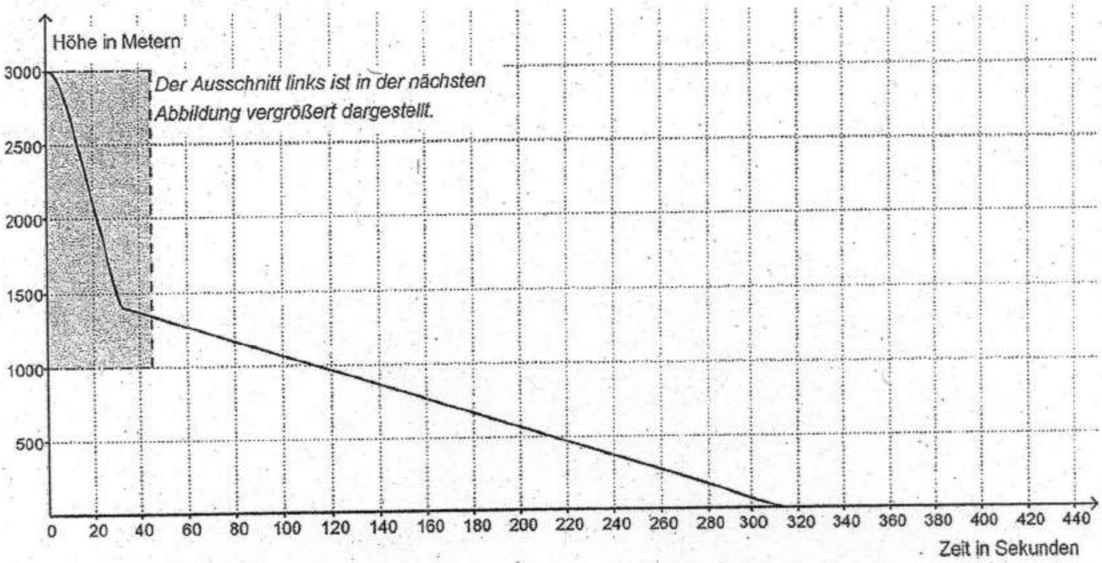


Abbildung: Höhe (in m) eines Fallschirmspringers in Abhängigkeit von der Zeit (in s)

a) Wie lange dauert der Sprung ungefähr? Gib die Zeitdauer in Minuten an.

b) Andreas überlegt, wie sich der Sprung verändert, wenn er den Fallschirm bereits in 2000 m Höhe öffnet.
Skizziere den Verlauf des geänderten Fallschirmsprungs im vorhandenen Koordinatensystem.

Name: ____________________ Klasse: __________

In einer weiteren Abbildung ist ein Ausschnitt des vorher abgebildeten Sprunges detaillierter dargestellt. Darin sind nur die ersten 45 Sekunden des Sprunges in der Höhe von 3000 m bis 1000 m dargestellt.

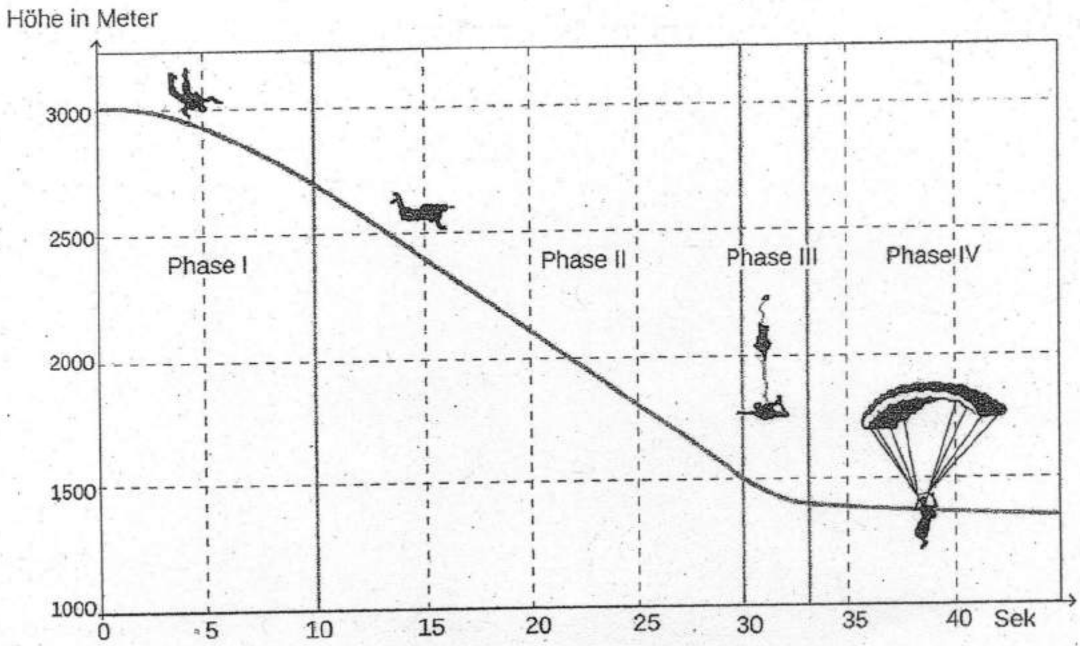


Abbildung: Ausschnitt mit vier Flugphasen (I, II, III, IV)

c) Welche Aussage passt zu welcher Flugphase? Mache für jede Phase ein Kreuz. Eine Aussage kann auch zu mehreren Phasen passen.

	Phase I	Phase II	Phase III	Phase IV
Der Springer fällt in dieser Phase immer schneller: Die Geschwindigkeit steigt.				
Der Springer fällt in dieser Phase immer langsamer: Die Geschwindigkeit sinkt.				
Der Springer fällt in dieser Phase immer gleich schnell: Die Geschwindigkeit bleibt gleich.				

Der Springer ist am Ende der Phase I nach 10 Sekunden in 2700 Metern Höhe.

Die Höhe des Springers wird in der Phase I durch folgende Funktion beschrieben:

$$h(t) = 3000 - 3t^2$$

t ist die Zeit in Sekunden, $h(t)$ gibt die Höhe in Metern an.

d) Begründe, dass die Funktion $h(t)$ den Graphen aus Phase I beschreibt.

e) Berechne, wie viele Sekunden der Springer vom Absprung aus braucht, bis er 100 m gefallen ist.

f) Bestimme die Geschwindigkeit des Springers in der Phase II in $\frac{m}{s}$.

Name: ______________________________ Klasse: __________

Aufgabe 3: Tetraeder in Bottrop

Der „Tetraeder“ ist ein begehbarer Aussichtsturm in Bottrop. Die äußeren Kanten des Stahlgerüstes des Tetraeders haben jeweils die Länge von ca. 60 m (vgl. Abbildung rechts).

Luca baut ein verkleinertes Modell des Tetraeders mit der Kantenlänge von 60 cm aus Holzstäben.

a) In welchem Maßstab baut Luca das Modell?

b) Die Seitenflächen sind jeweils gleichseitige Dreiecke.
Berechne die Höhe einer Seitenfläche des Modells.

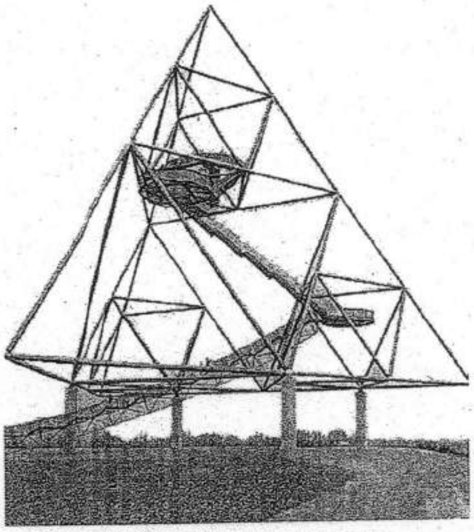
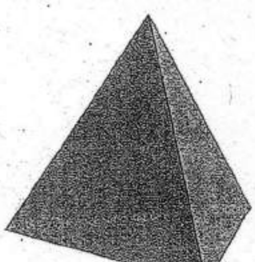


Abbildung: Der Tetraeder in Bottrop

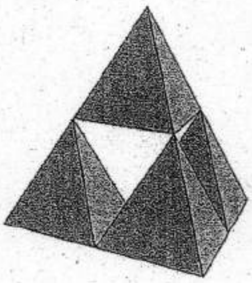
Zur Bestimmung der Oberfläche einer Pyramide müssen die Inhalte der Grundfläche und der Seitenflächen addiert werden. Luca findet in einer Formelsammlung jedoch: $O = 2 \cdot a \cdot h_s$, wobei a die Kantenlänge und h_S die Höhe der Seitenfläche bezeichnen.

c) Begründe, wie die Oberflächenformel des Tetraeders zustande gekommen ist.

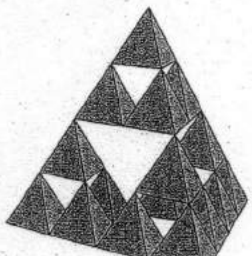
Dem Tetraeder in Bottrop liegt eine mathematische Struktur zugrunde. In jedem Schritt entstehen aus jedem Tetraeder vier kleinere Tetraeder. Die Kantenlänge der neuen Tetraeder wird dabei in jedem Schritt halbiert (vgl. Abbildungen unten).



Schritt 0 (Ausgangsfigur)



Schritt 1



Schritt 2

d) Ergänze die folgende Tabelle:

	Schritt 0	Schritt 1	Schritt 2	Schritt 3
Anzahl der Tetraeder	1	4		64
Kantenlänge eines Tetraeders (cm)	60	30		

e) Gib einen Term an, mit dem du die Anzahl der Tetraeder für jeden beliebigen Schritt s berechnen kannst.

Zentrale Prüfungen 10

Klasse: ________

Name: ______________________________________

Luca fährt mit seiner Klasse zum Tetraeder nach Bottrop, um dort am „Tetraeder Treppenlauf“ teilzunehmen. Bei dem 5 km langen Lauf müssen die Jugendlichen 387 Treppenstufen und 128 Höhenmeter überwinden.

Die Klasse teilt sich in zwei Gruppen (A und B). Die Veranstalter veröffentlichen von jedem Teilnehmer die Ergebnisse. Luca stellt für die Gruppe A und die Gruppe B die Ergebnisse in zwei Boxplots dar.

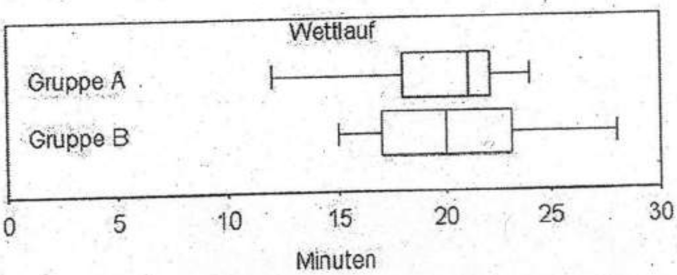


Abbildung: Die Boxplots zeigen die Laufzeiten in Minuten. Der Median der Laufzeiten aus Gruppe B beträgt ca. 20 Minuten.

f) Kreuze an, welche Aussagen zutreffen:

	trifft zu	trifft nicht zu	nicht entscheidbar
Aus einem der Boxplots kann man die durchschnittliche Laufzeit ablesen.			
Die meisten Läufer haben weniger als 22 Minuten gebraucht.			
Die Läufer sind in kleinen Gruppen gelaufen.			

Leider hat sich die Klasse vor dem Lauf nicht darauf geeinigt, wie die Siegergruppe ermittelt wird.

g) Gib ein Argument anhand der Boxplots dafür an, dass die Gruppe A gewonnen hat.

h) Gib ein Argument anhand der Boxplots dafür an, dass die Gruppe B gewonnen hat.

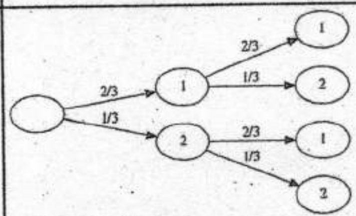
Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Prüfungen 2015 – Mathematik

Realschule / Gesamtschule (Erweiterungskurs) / Hauptschule (Klasse 10 Typ B)

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 6

Aufgabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling …		
1	ordnet die Zahlen der Größe nach.	$10^{-1} < \frac{1}{3} < 2^{-1} < 2^8 < 10^8$.	2
2a)	begründet die Wahrscheinlichkeit.	Der dargestellte Würfel hat 6 Seiten. Auf zwei Seiten ist die Augenzahl 2. Da der Wurf jeder Seite gleich wahrscheinlich ist, ist die Wahrscheinlichkeit: $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.	2
2b)	beschriftet das Baumdiagramm.		3
2c)	berechnet die Wahrscheinlichkeit.	$p(2,2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	2
3	bestimmt die minimale Höhe der Dose. 330 = 330 =	$r = 3{,}35$ cm 1 Liter $= 1\,000\ \text{cm}^3$ $0{,}33 \cdot 1\,000 = \pi \cdot 3{,}35^2 \cdot h$, also $h = 9{,}4$ Die Dose ist mindestens 9,4 cm hoch.	1 1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
4	löst das Gleichungssystem.	(I): $2x + y = 2$ $(2 \cdot \text{II})$: $2x - y = 4$ Addition ergibt: $4x = 6 \Leftrightarrow x = 1{,}5$ (in I): $2 \cdot 1{,}5 + y = 2 \Leftrightarrow y = -1$ $x = 1{,}5$ und $y = -1$ lösen die Gleichung.	 2 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
5a)	berechnet die Länge der Seite.	$\overline{AC} = 4 : \cos(40°) = 5{,}22...$ Die Seite $\overline{AC}$ ist ca. 5,2 cm lang.	1
5b)	berechnet die Länge der Seite.	$\overline{BC} = 4 \cdot \tan(40°) = 3{,}35$ ... Die Seite $\overline{BC}$ ist ca. 3,4 cm lang.	1
6	benennt die Veränderungen und begründet diese.	Zusammen mit dem Punkt A verändert sich die Lage der Geraden durch die Punkte A und B und damit auch der abhängige Schnittpunkt S.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (1)		
		Summe Prüfungsteil I	**18**

$V = G \cdot h$

$h = \frac{330}{\quad}$

$\cos 40° = \frac{4}{AC}$

$\tan 40° = \frac{BC}{4}$

Zentrale Prüfungen 10

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Wandern und Routenplanung

Auf-gabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling ...		
a)	notiert sein Vorgehen.	Ich habe in der Karte Abschnitte gebildet und die Längen addiert. Dies ergab eine Länge von etwa 6,8 cm. 1,8 cm entsprechen 2 km.	2
	bestimmt die Länge der Wanderung in Kilometern.	Die Strecke hat eine Länge von etwa 8 km. *(Akzeptiert werden Werte zwischen 6,5 km und 10 km.)*	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
b)	entnimmt der Abbildung die Information.	Die Entfernung ist etwa 6,2 km.	2
c)	schätzt die Genauigkeit ab.	Der Abstand zwischen zwei Linien beträgt 200 m, die Mitte kann ich sicher ablesen. Daher kann ich die Höhe mit 50 m Genauigkeit abschätzen.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (1)		
d)	bestimmt den Höhenunterschied.	Brüggelekopf: ca. 1150 m, Alberschwende: ca. 700 m Der Höhenunterschied beträgt etwa 450 m. *(Im Unterricht vereinbarte Konventionen werden eingehalten.)*	2
e)	wählt einen geeigneten Ansatz.	In das Höhenprofil der letzten 2 km kann ich ein Steigungsdreieck einzeichnen. Die zurückgelegte Strecke ist die Hypotenuse des Dreiecks.	1 1
	entscheidet und begründet im Sachkontext.	Diese ist immer länger als jede Kathete und damit muss die Wanderstrecke ebenfalls länger sein.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
f)	berechnet die Steigung in Prozent.	$\frac{400}{2000} = \frac{1}{5} = 20\ \%$. Die Steigung beträgt 20 %.	2
g)	berechnet die voraussichtliche Dauer. 1013 + 257 —	Dauer ohne Höhenunterschied: $\frac{19,2}{4,2} \approx 4,57 ...$ Bei 1270 m Höhenunterschied: $\frac{1270}{300} \approx 4,23 ...$ Insgesamt dauert die Wanderung ca. 9 Stunden.	1 1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Aufgabe II.1	**16**

Aufgabe II.2: Fallschirmsprung

<table>
<tr><th rowspan="2">Auf-
gabe</th><th>Kriterien</th><th>Beispiellösung</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>Der Prüfling …</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a)</td><td>bestimmt die ungefähre Flugdauer in Minuten.</td><td>310 s entspricht 5 min und 10 s.
Der Sprung dauert etwa 5 Minuten.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>skizziert den Verlauf.</td><td>Eine Gerade, die zur Geraden der Phase IV parallel ist, wird in Grafik 1 eingezeichnet.
Diese beginnt bei ca. 20 s in 2000 m Höhe und schneidet die Zeitachse bei ca. 420 s ± 10 s.
(Im Unterricht vereinbarte Konventionen werden eingehalten.)</td><td>2

2</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>entscheidet anhand der Grafik.</td><td><table><tr><th></th><th>Phase I</th><th>Phase II</th><th>Phase III</th><th>Phase IV</th></tr><tr><td>steigt</td><td>X</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>sinkt</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr><tr><td>bleibt gleich</td><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr></table></td><td>1
1
1</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>begründet, dass die Funktion die Flugbahn beschreibt.</td><td>Die Funktion $h(t)$ hat den Scheitelpunkt $O(0 \mid 3000)$, der Graph zu Phase I ebenfalls, da der Springer in 3000 m abspringt.
$h(10) = 2700$, dies entspricht der Höhe des Springers nach 10 s laut gegebener Information.</td><td>2

1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">e)</td><td>wählt einen geeigneten Ansatz.</td><td>Gesucht ist die Stelle, an der $h(t) = 2900$ ist.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>berechnet die Dauer für die ersten 100 m.</td><td>$3000 - 3t^2 = 2900$
$t = \pm 5{,}8$
Er benötigt ca. 6 Sekunden.</td><td>1

1</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">f)</td><td>entnimmt die notwendigen Informationen.</td><td>Phase II beginnt nach 10 s in 2700 m Höhe.
Aus der Abbildung entnehme ich, dass der Springer nach 30 s eine Höhe von 1500 m hat.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>bestimmt die Geschwindigkeit.</td><td>Der Springer fällt in der Phase II
2700 m – 1500 m = 1200m
Die Phase dauert 20 Sekunden.
Die Geschwindigkeit beträgt also 60 m/s.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3" align="right">Summe Aufgabe II.2</td><td>18</td></tr>
</table>

Aufgabe II.3: Tetraeder in Bottrop

<table>
<tr><th rowspan="2">Auf-
gabe</th><th>Kriterien</th><th>Beispiellösung</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>Der Prüfling …</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a)</td><td>bestimmt den Maßstab.</td><td>60 m = 6000 cm
60 : 6000= 1 : 100
Der Maßstab ist 1: 100.</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">b)</td><td>erfasst den geometrischen Sachverhalt.</td><td>Es gilt der Satz des Pythagoras:
$h = \sqrt{a^2 - (0{,}5 \cdot a)^2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>berechnet die Höhe.</td><td>$\sqrt{60^2 - 30^2} = 51{,}9615 \ldots \approx 52$
Die Höhe des Modells beträgt ca. 52 cm.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">c)</td><td>erläutert die Oberflächenformel.

O=(Formel) $a^2 \cdot \sqrt{3}$</td><td>Ein Tetraeder hat vier gleiche dreieckige Seitenflächen.
Jede Seitenfläche hat den Inhalt $\frac{1}{2}a \cdot h_S$
Daher ist $O = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot h_S\right) = 2 \cdot a \cdot h_S$.</td><td>1
1
1</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>ergänzt die Tabelle.</td><td><table><tr><th></th><th>Schritt 2</th><th>Schritt 3</th></tr><tr><td>Anzahl der Tetraeder</td><td>16</td><td>64</td></tr><tr><td>Kantenlänge eines Tetraeders (cm)</td><td>15</td><td>7,5</td></tr></table></td><td>1
2</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>gibt eine geeignete Formel an.</td><td>Anzahl der Tetraeder bei Schritt s: 4^s</td><td>2</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>entscheidet mithilfe der Boxplots.</td><td><table><tr><th>trifft zu</th><th>trifft nicht zu</th><th>nicht entscheidbar</th></tr><tr><td></td><td>x</td><td></td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>x</td></tr></table></td><td>1
1
1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">g)</td><td>nennt ein schlüssiges Argument dafür, dass Gruppe A gewonnen hat.</td><td>Der schnellste Läufer ist ein Teilnehmer der Gruppe A mit etwa 12 Minuten, während der schnellste aus Gruppe B bereits 15 Minuten benötigt.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">h)</td><td>nennt ein schlüssiges Argument dafür, dass Gruppe B gewonnen hat.</td><td>Der Median der Laufzeiten der Gruppe B beträgt 20 Minuten und ist kleiner als der Median in Gruppe A mit etwa 22 Minuten.</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (1)</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3" align="right">Summe Aufgabe II.3</td><td>19</td></tr>
</table>

Umgang mit Maßeinheiten

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (1 Punkt)
- ☐ oft (2 Punkte)
- ☐ immer (3 Punkte)

Darstellungsleistung

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (2 Punkte)
- ☐ oft (4 Punkte)
- ☐ immer (6 Punkte)

Übersicht über die Punkteverteilung		
Prüfungsteil I	Aufgaben 1 bis 6	18
Prüfungsteil II	Aufgabe 1	16
	Aufgabe 2	18
	Aufgabe 3	19
Umgang mit Maßeinheiten		3
Darstellungsleistung		6
Gesamtpunktzahl		80

Notentabelle	
Punkte	**Note**
70 – 80	sehr gut
58 – 69	gut
47 – 57	befriedigend
36 – 46	ausreichend
14 – 35	mangelhaft
0 – 13	ungenügend