Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Prüfungen 2019 – Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Die zu den Aufgaben dargestellten Beispiellösungen sind als *exemplarisch* zu betrachten. Maßgeblich für die Lösungsqualität der Aufgaben ist die *Erfüllung* der *aufgeführten Kriterien*.

Erfüllen Schülerlösungen vollständig die aufgeführten Kriterien, sind diese mit der maximal zu erreichenden Punktzahl zu bewerten. Dies gilt auch dann, wenn die Schülerlösung nicht der Beispiellösung entspricht.

Wie auch bisher sind Schülerlösungen, welche die Kriterien teilweise erfüllen, entsprechend der Kriterien in angemessenem Umfang mit ganzzahligen Teilpunkten zu bewerten.

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 5

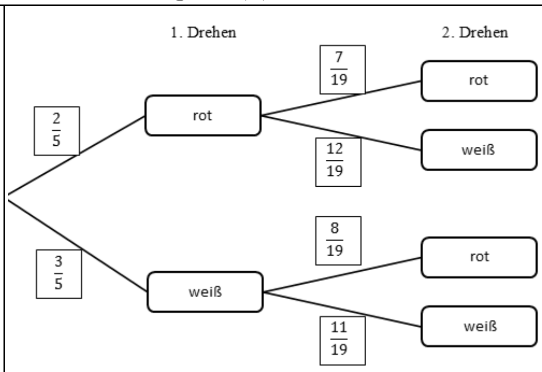
<table>
<tr><th rowspan="2">Auf-gabe</th><th>Kriterien</th><th>Beispiellösung</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>Der Prüfling …</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1)</td><td>ordnet die Zahlen der Größe nach.</td><td>$-6{,}26 < -0{,}626 < \frac{1}{6} < \frac{6}{10}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2a)</td><td>wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet die Länge der Diagonalen d.</td><td>Durch die Diagonale entsteht ein rechtwinkliges Dreieck, in dem gilt:
$5^2 + 3^2 = d^2$
$d = 5{,}830\,...\,[\text{cm}]$
Die Diagonale ist ca. 5,8 cm lang.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">2b)</td><td>begründet die Veränderung des Flächeninhalts an dem Beispiel.</td><td>$5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 15\text{ cm}^2$
$10\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 60\text{ cm}^2$
$15\text{ cm}^2 \cdot 4 = 60\text{ cm}^2$
Verdoppelt man beide Seiten, dann vervierfacht sich der Flächeninhalt.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">2c)</td><td>gibt die Seitenlängen zweier Rechtecke an.</td><td>2 cm und 12 cm
6 cm und 4 cm</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)</td><td></td></tr>
<tr><td>3a)</td><td>gibt den Wert für c an.</td><td>$c = 3$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3b)</td><td>gibt den entsprechenden Bereich für c an.</td><td>Für Werte $c > 0$ verläuft der Graph vollständig oberhalb der x-Achse.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>4a)</td><td>entscheidet, ob die Formeln in diesem Zusammenhang geeignet bzw. nicht geeignet sind.</td><td><table><tr><th>Formel</th><th>geeignet</th><th>nicht geeignet</th></tr><tr><td>=B5/3</td><td></td><td>X</td></tr><tr><td>=B8*B2</td><td>X</td><td></td></tr><tr><td>=C10–(C5+C6+C7)</td><td></td><td>X</td></tr></table>(Bei zwei richtigen Entscheidungen gibt es einen Punkt.)</td><td>2</td></tr>
</table>

4b)	wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet die Ersparnis in Prozent.	$p\ \% = \frac{W}{G}$; $G = 202{,}30$ € ; $W = 42$ € $p\ \% = 42 : 202{,}30 = 0{,}207\ ...$ $p \approx 21\ \%$ Tarek spart 21 %, wenn er kein Abendessen bucht.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
5)	wählt ein geeignetes Verfahren und löst das Gleichungssystem.	Lösen mit dem Additionsverfahren I 4x + y = 16 II –2x – 2y = 4 | ·2 I 4x + y = 16 II –4x – 4y = 8 I+II –3y = 24 | : (–3) y = –8 in I einsetzen: 4x + (–8) = 16 x = 6	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Prüfungsteil I	**18**

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Kaugummiautomat

Aufgabe	Kriterien Der Prüfling …	Beispiellösung	Punkte
a)	entnimmt die relevanten Informationen, wählt einen geeigneten Ansatz und bestätigt das Volumen einer Kaugummikugel.	$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ und $d = 14$ mm $\Rightarrow r = 7$ mm $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7^3 = 1436, ...$ [mm³] 1436, ... mm³ = 1,436…cm³ ≈ 1,44 cm³	2 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
b)	wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet die Anzahl der Kaugummikugeln in einer Packung.	Gewicht einer Kugel: $1{,}44\ \text{cm}^3 \cdot 0{,}82\ \text{g/cm}^3 = 1{,}1808$ g $300\ \text{g} : 1{,}1808\ \text{g} = 254{,}06\ ... \approx 254$ In einer Packung sind 254 Kugeln.	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
c)	erklärt die Rechnung.	Steffi dividiert das Volumen des Behälters durch das Volumen einer Kaugummikugel.	2
	beurteilt die Eignung des mathematischen Modells.	Der Ansatz ist nicht geeignet, da die Kugeln nicht ohne Zwischenräume gepackt werden können. Es passen also weniger als 8035 Kugeln in den Behälter.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		

d)	entnimmt die relevanten Informationen und begründet die angegebene Wahrscheinlichkeit.	8 von 20 Kugeln sind rot, damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit: $P(\text{rot}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
e)	bestimmt die Wahrscheinlichkeiten und ergänzt diese im Baumdiagramm.	 *(Für jeweils zwei richtige Einträge gibt es einen Punkt.)*	3
f)	entnimmt die relevanten Informationen, wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet die gesuchte Wahrscheinlichkeit.	$P(2 \text{ verschiedenfarbige}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{12}{19} + \frac{6}{10} \cdot \frac{8}{19} = \frac{48}{95}$	3
	interpretiert die Lösung und beurteilt die Aussage.	$\frac{48}{95} > 0{,}5$ Er hat nicht recht, die Wahrscheinlichkeit ist knapp höher.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
		Summe Aufgabe II.1	**19**

Aufgabe II.2: Schwimmbecken

Auf-gabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling …		
a)	entnimmt die relevanten Informationen und bestätigt durch eine Rechnung den gegebenen Flächeninhalt.	$14{,}43\ \mathrm{m}^3 : 1{,}5\ \mathrm{m} = 9{,}62\ \mathrm{m}^2$	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
b)	entnimmt die relevanten Informationen, wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet das Volumen.	$V = G \cdot h$; $G = 9{,}62\ \mathrm{m}^2$, $h = 1{,}30\ \mathrm{m}$ $V = 9{,}62 \cdot 1{,}3 = 12{,}506\ [\mathrm{m}^3]$	3
	gibt das Volumen in Litern an.	$12{,}506\ \mathrm{m}^3 \approx 12\,500\ \mathrm{l}$ Es werden ca. 12 500 Liter Wasser in das Becken gefüllt.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
c)	erfasst die geometrische Situation und berechnet den Durchmesser des Schwimmbeckens.	Gesucht ist der Durchmesser des Swimmingpools: $G = \pi \cdot r^2$; $G = 9{,}62\ \mathrm{m}^2$ also: $r = 1{,}749\ldots$ also: $d = 2 \cdot 1{,}749 \ldots = 3{,}499 \ldots \approx 3{,}50$ [m]	3
	berechnet die Maße der Terrasse.	$d + 0{,}8\ \mathrm{m} = 3{,}50\ \mathrm{m} + 0{,}8\ \mathrm{m} = 4{,}30\ \mathrm{m}$ Die Terrasse ist 4,30 m breit und 4,30 m lang.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
d)	erläutert die Bedeutung der drei Bestandteile der Funktionsgleichung im Sachzusammenhang.	0,5 ist der Startwert, die bedeckte Fläche der Wasseroberfläche zu Beobachtungsbeginn. 1,2 ist der Wachstumsfaktor, da die Algen sich täglich um 20 % vermehren. $f(x)$ beschreibt die Größe der bedeckten Fläche nach x Tagen.	1 1 1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
e)	berechnet den gesuchten Wert.	$f(6) = 0{,}5 \cdot 1{,}2^6 = 1{,}492\ldots \approx 1{,}5\ [\mathrm{m}^2]$ Nach 6 Tagen sind 1,5 m² mit Algen bedeckt.	2
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (2)		
f)	erklärt, warum die Modellierung des Algenwachstums nur in einem begrenzten Zeitraum möglich ist.	Das Wachstum der Algen wird durch äußere Faktoren, wie hier z. B. durch die Größe des Schwimmbeckens, begrenzt. Die Exponentialfunktion hat jedoch keine Begrenzung, daher kann die Funktion nicht beliebig das Wachstum beschreiben.	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
		Summe Aufgabe II.2	**18**

Aufgabe II.3: Würfel

Auf-gabe	Kriterien	Beispiellösung	Punkte
	Der Prüfling …		
a)	bestimmt die Anzahl der Würfel für Figur 4.	24 Würfel	2
b)	berechnet die Anzahl der Würfel.	$8 \cdot (8+2) = 80$	2
c)	begründet den Term anhand der Figuren.	Figur 1 ist 1 Würfel hoch, jede folgende Figur ist um je einen Würfel höher. Damit ist Figur n dann n Würfel hoch. Jede Figur ist um 2 Würfel breiter als hoch, also ist sie $n+2$ Würfel breit. Da die Figuren ein Rechteck bilden, besteht Figur n insgesamt aus $n \cdot (n+2)$ Würfeln.	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
d)	wählt einen geeigneten Ansatz und berechnet zu der gegebenen Anzahl von Würfeln die zugehörige Figur.	$n(n+2) = 224$ $\Leftrightarrow \; n^2 + 2n - 224 = 0$ $\Rightarrow n = 14$ und $n = -16$ Da die Anzahl von Würfeln nur positiv sein kann, werden für Figur 14 insgesamt 224 Würfel benötigt.	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
e)	zeigt durch Termumformungen, dass die Terme gleichwertig sind.	$(n+1)^2 - 1 = n^2 + 2n + 1 - 1$ $= n^2 + 2n$ $= n(n+2)$	3
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (3)		
f)	wählt einen geeigneten Ansatz und bestimmt die letzte Figur, die gebaut werden kann.	Systematisches Probieren: $18 \cdot (18+2) = 360$ $20 \cdot (20+2) = 440$ $22 \cdot (22+2) = 528$ $21 \cdot (21+2) = 483$ Figur 21 ist die größtmögliche Figur, die sie bauen können.	3
	gibt die Anzahl der zur nächsten Figur fehlenden Würfel an.	Für die 22. Figur fehlen 28 Würfel.	1
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist. (4)		
		Summe Aufgabe II.3	**17**

Umgang mit Maßeinheiten

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (1 Punkt)
- ☐ oft (2 Punkte)
- ☐ immer (3 Punkte)

Darstellungsleistung

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (2 Punkte)
- ☐ oft (4 Punkte)
- ☐ immer (6 Punkte)

Übersicht über die Punkteverteilung		
Prüfungsteil I	Aufgaben 1 bis 5	18
Prüfungsteil II	Aufgabe 1	19
	Aufgabe 2	18
	Aufgabe 3	17
Umgang mit Maßeinheiten		3
Darstellungsleistung		6
Gesamtpunktzahl		81

Notentabelle	
Punkte	**Note**
70 – 81	sehr gut
59 – 69	gut
48 – 58	befriedigend
36 – 47	ausreichend
15 – 35	mangelhaft
0 – 14	ungenügend

Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit im Fach Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Name: ____________________________ Klasse: ____________

Schule: ____

Prüfungsteil I

Aufgaben 1 bis 5

Auf-gabe	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl	Lösungsqualität EK[1] Punktzahl	ZK[1] Punktzahl	DK[1] Punktzahl
	Der Prüfling …				
1)	ordnet die Zahlen …	2			
2a)	wählt einen geeigneten …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
2b)	begründet die Veränderung …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
2c)	gibt die Seitenlängen …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
3a)	gibt den Wert …	1			
3b)	gibt den entsprechenden …	2			
4a)	entscheidet, ob die …	2			
4b)	wählt einen geeigneten …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
5)	wählt ein geeignetes …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
	Summe Prüfungsteil I	**18**			

Prüfungsteil II

Aufgabe II.1: Kaugummiautomat

Auf-gabe	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl	Lösungsqualität EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	entnimmt die relevanten …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
b)	wählt einen geeigneten …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
c)	erklärt die Rechnung.	2			
	beurteilt die Eignung …	2			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
d)	entnimmt die relevanten …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
e)	bestimmt die Wahrscheinlichkeiten …	3			
f)	entnimmt die relevanten …	3			
	interpretiert die Lösung …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
	Summe Aufgabe II.1	**19**			

Aufgabe II.2: Schwimmbecken

Auf-gabe	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl	Lösungsqualität EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	entnimmt die relevanten …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
b)	entnimmt die relevanten …	3			
	gibt das Volumen …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
c)	erfasst die geometrische …	3			
	berechnet die Maße …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
d)	erläutert die Bedeutung …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
e)	berechnet den gesuchten …	2			
	wählt einen anderen …	*(2)*			
f)	erklärt, warum die …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
	Summe Aufgabe II.2	**18**			

[1] EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Aufgabe II.3: Würfel

Auf-gabe	Anforderungen	Lösungsqualität: maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Der Prüfling …				
a)	bestimmt die Anzahl …	2			
b)	berechnet die Anzahl …	2			
c)	begründet den Term …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
d)	wählt einen geeigneten …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
e)	zeigt durch Termumformungen …	3			
	wählt einen anderen …	*(3)*			
f)	wählt einen geeigneten …	3			
	gibt die Anzahl …	1			
	wählt einen anderen …	*(4)*			
	Summe Aufgabe II.3	**17**			

		maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
	Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
	Darstellungsleistung	**6**			

Festsetzung der Note

	maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
Prüfungsteil I:				
Aufgaben 1 bis 5	**18**			
Prüfungsteil II:				
Aufgabe 1	**19**			
Aufgabe 2	**18**			
Aufgabe 3	**17**			
Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
Darstellungsleistung	**6**			
Gesamtpunktzahl	**81**			
Paraphe				

Die Prüfungsarbeit wird mit der Note ______________________________ bewertet.

Unterschriften, Datum: ____